

13 NEXT LAND

MARIA MELLONE

1. Indovina chi...matematico!

Il progetto Next-Land è stato promosso da Next-Level, ente del terzo settore. Nato a Torino, è stato esteso, a partire dall'anno scolastico 2022/2023, anche a Napoli e Bari. Ha lo scopo di accrescere le opportunità di orientamento e avvicinamento alle discipline STEM (Scienze, Tecnologie, Ingegneria e Matematica) ed è sostenuto da un'ampia rete di partner, tra cui l'Università di Torino e quella di Bari, e i rispettivi politecnici delle due città, e l'Università Federico II di Napoli.

Next Land si rivolge a studenti e docenti della secondaria di primo grado e prevede varie fasi:

- progettazione, da parte di risorse del mondo universitario (ricercatori e insegnanti ricercatori) di laboratori di diverse discipline scientifiche (matematica, fisica, biologia, geologia, etc.) da proporre alle ragazze e ai ragazzi partecipanti;
- formazione iniziale rivolta agli insegnanti delle classi coinvolte, con lo scopo di fornire loro gli strumenti per affrontare i laboratori consapevolmente e potere proseguire il lavoro intrapreso con gli esperti del mondo universitario una volta tornati in aula;
- svolgimento dei laboratori, ad opera dei ricercatori, in luoghi diversi dall'edificio scolastico, come musei e dipartimenti universitari relativi alle discipline coinvolte;

- lavoro in classe svolto dai docenti per preparare un'attività con lo scopo di rielaborare e raccontare all'esterno quanto vissuto dagli studenti durante i laboratori;
- evento finale di presentazione dei diversi laboratori attraverso le attività di sintesi a cura degli studenti e docenti coinvolti.

La metodologia laboratoriale promuove la partecipazione attiva degli studenti e delle studentesse e tutti i moduli di Next Land hanno alla base l'idea delle discipline STEM come strumento di cittadinanza. Inoltre, si è adottato un approccio condiviso e collaborativo tra i diversi soggetti coinvolti, cioè ricercatori, docenti, orientatori, ma anche figure come operatori museali.

Il Dipartimento di Matematica e Applicazioni “R. Caccioppoli” della Federico II di Napoli partecipa a questo percorso da 3 anni. Nel 2022/2023 e nel 2023/2024 il laboratorio di matematica prevedeva un'attività sulle frazioni nel mondo degli antichi egizi e si è svolto il primo anno al Mann (Museo Archeologico Nazionale di Napoli), partendo da una visita alla sezione egizia del museo ad opera di guide specializzate, e il secondo anno nelle aule della vecchia sede del Dipartimento di Matematica, a via Mezzocannone, nello specifico nelle diverse stanze che componevano lo studio di Renato Caccioppoli che, attualmente, è possibile visitare.

La location, invece, del modulo di matematica dell'anno 2024/2025 è stata l'attuale Dipartimento che ha sede nel complesso universitario di Monte Sant'Angelo. In particolare gli incontri si sono tenuti nelle aule al IV livello, nei giorni 25, 26, 27 e 28 febbraio, e hanno partecipato quattro seconde di secondaria di primo grado (una per ogni giorno) dell'Istituto Porchiano Bordiga di Ponticelli (fig. da 1 a 6). Visti poi i risultati positivi dell'esperienza, percorsi analoghi sono stati realizzati, questa volta nella sala professori al I livello, il 3 marzo con una prima media dell'Istituto Sauro Pascoli di Secondigliano (fig. 7 e 8) e il 20 maggio con due prime e una seconda media della scuola Viale delle Acacie del Vomero (fig. da 9 a 11).



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4



Figura 5

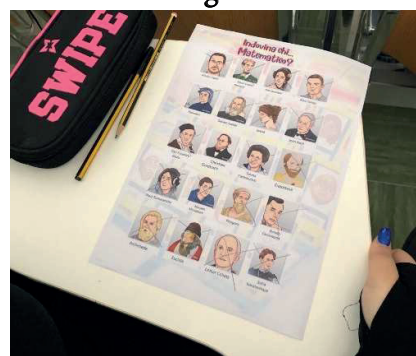


Figura 6

Figure da 1 a 6. Alcune delle foto relative agli incontri con gli studenti della scuola Porchiano Bordiga.



Figura 7



Figura 8

Figure 7 e 8. Alcune delle foto relative all'incontro con la scuola Sauro Pascoli.



Figura 9



Figura 10



Figura 11

Figure da 9 a 11. Alcune delle foto relative all'incontro con la scuola Viale delle Acacie.

Il laboratorio di questa terza annualità ha avuto come nome “*Indovina chi...matematico*” e nasce con l’idea di aiutare le studentesse e gli studenti a cogliere il valore umano della matematica e scoprire questo sapere come prodotto culturale attraverso le storie di grandi scienziati. Una visione che ritroviamo nel pensiero di Luis Radford quando scrive che:

“La conoscenza matematica è più che semplicemente concomitante al suo ambiente culturale: le configurazioni della conoscenza matematica sono propriamente e intimamente definite dalla cultura in cui si sviluppano. In altre parole la matematica, così come l’arte e altre espressioni simboliche sono prima di tutto manifestazioni semiotiche di certe sensibilità che i membri di una determinata cultura sviluppano attraverso esperienze condivise e da dove viene formato il significato dei prodotti”. (Radford, 1997)

L’uso didattico della storia della matematica, poi, cambia radicalmente quando la si vede come una sorta di laboratorio epistemologico in cui esplorare lo sviluppo della conoscenza matematica. Le biografie dei matematici sono, inoltre, un argomento sempre più attuale nell’educazione e nella divulgazione scientifica: libri e film da anni ormai provano a raccontare al grande pubblico le storie di coloro che hanno dato contributi fondamentali allo sviluppo di questo sapere, dimostrandosi, quindi, strumenti didattici potenti e coinvolgenti. In particolare la scelta è ricaduta su Christian Goldbach e Marie Sophie Germain. Il primo perché lega il suo nome a uno dei più bei problemi irrisolti della matematica, la cui formulazione, essenziale ed elegante, è comprensibile anche da chi non ha molti strumenti disciplinari. E poi il film “Il teorema di Margherita” (per un approfondimento sugli aspetti matematici del problema, confronta con Prisma 63 del 2024) lo ha reso particolarmente attuale e la “sua” congettura ha consentito di lavorare con argomenti che sono presenti nelle programmazioni scolastiche della secondaria di primo grado, come numeri primi, numeri pari e dispari. La seconda perché, invece, è una donna con una storia molto forte da raccontare (si finse uomo per poter fare matematica all’università) e che è ricordata anche per

degli speciali numeri primi da lei studiati, detti, appunto, i numeri primi di M. S. Germain, cioè quei primi p tali che $2p + 1$ è ancora un numero primo. Ciò ha permesso, quindi, di continuare ad esplorare con le classi questo argomento.

Il laboratorio “*Indovina chi...matematico*” prende spunto da un noto gioco in cui, attraverso domande a cui si può rispondere solo con sì o no, bisogna indovinare un personaggio misterioso tra i 24 rappresentati sulla tavoletta di ogni giocatore. Nella versione matematica del gioco, i personaggi sono stati sostituiti da matematiche e matematici che hanno avuto un ruolo importante nella storia di questo sapere (fig. 12). Nella prima parte del laboratorio, gli studenti hanno dovuto individuare, attraverso delle domande correttamente poste rispetto alle regole del gioco, la matematica o il matematico precedentemente scelti dalle docenti ricercatrici che hanno progettato e condotto l’attività. In particolare i matematici individuati sono stati, come già detto, Marie Sophie Germain (fig. 13) e Christian Goldbach (fig. 14). Un particolare interessante rispetto a quest’ultimo è che gli studenti della Sauro Pascoli, nel confronto con il loro docente di Storia dell’arte che è stato coinvolto nel percorso, si sono accorti che l’immagine di Goldbach diffusa in rete era incompatibile con il periodo storico e la provenienza geografica del matematico. Così, guidati dal loro insegnante, hanno realizzato un disegno dello scambio epistolare tra lo studioso tedesco e Eulero, conferendo a Goldbach un aspetto più adeguato all’epoca e al luogo in cui è vissuto (fig. 15). Una volta venuti fuori gli scienziati da approfondire, sia da un punto di vista biografico che disciplinare, gli studenti sono stati divisi in piccoli gruppi e, attraverso un cruciverba matematico che hanno risolto insieme, hanno ricavato gli indizi necessari per scoprire che, durante l’incontro in corso, avrebbero “lavorato” su Goldbach. L’approfondimento, invece, di Marie Sophie Germain, è stato lasciato a un successivo momento in classe, portato avanti direttamente dai docenti delle scuole coinvolte, a partire dai materiali elaborati dal gruppo di ricerca del dipartimento di matematica che ha lavorato al progetto.



Figura 12. Il tabellone con i matematici e le matematiche.



Figura 13. Marie Sophie Germain

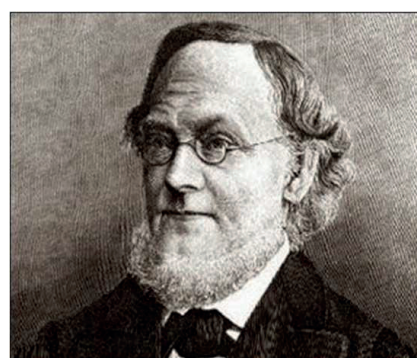


Figura 14. Christian Goldbach immagine diffusa in rete



Figura 15. Disegno dello scambio epistolare tra Eulero e Goldbach realizzato dagli studenti dell'istituto Pascoli

L'attività su Goldbach è stata divisa in due parti:

- una parte matematica (fig. 16) legata ai numeri pari, dispari e primi che ha portato gli studenti all'utilizzo del linguaggio algebrico per formalizzare, generalizzare (fig. 17) e per dedurre dal laboratorio svolto l'enunciato della congettura di Goldbach, sia nella forma debole che forte;
- una parte dedicata alla biografia, attraverso la quale gli studenti hanno scoperto la vita del matematico per poi ricostruirla attraverso l'utilizzo di immagini, creando una mappa concettuale grafica che ripercorreva l'esistenza di Goldbach.

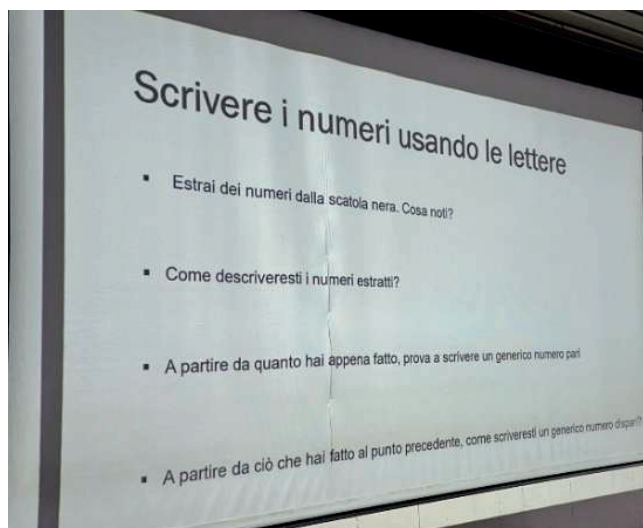


Figura 16. Alcune delle domande poste agli studenti per avviare la manipolazione algebrica

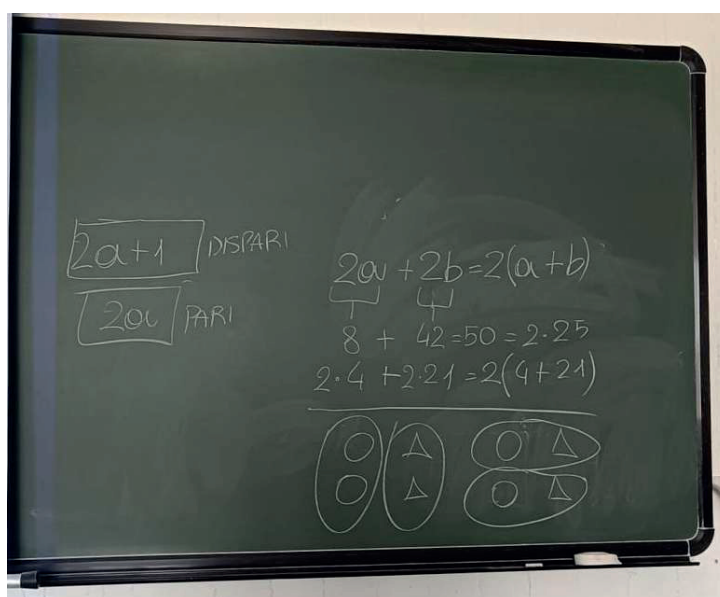


Figura 17. Generalizzazione a cui sono giunti gli studenti dopo l'esplorazione dei numeri pari e dispari

Ogni incontro si è concluso poi con l'intervento del professor Carlo Mantegazza, che ha commentato con gli studenti alcuni spezzoni significativi del film "Il teorema di Margherita" (fig. 18), approfittando delle scene viste per raccontare in cosa consiste il lavoro di un

matematico, per provare a smentire qualche stereotipo e per mettere in luce la differenza tra “teorema” e “congettura”, utilizzando il problema qui di seguito illustrato, studiato da Eulero (Mantegazza, 2022).



Figura 18. Locandina del film “Il teorema di Margherita”

2. Il “giro” del cavallo

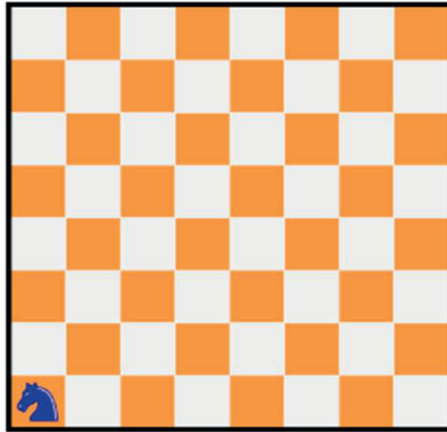


Figura 19. Cavallo posizionato in basso a sinistra sulla scacchiera

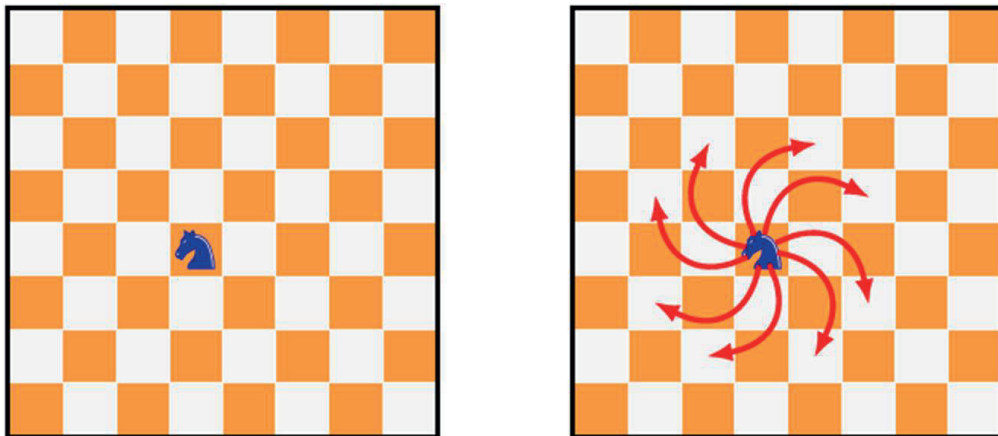


Figura 20. Scacchiera con le possibili caselle raggiungibili dal cavallo

Consideriamo un cavallo che “parte” nell’angolo in basso a sinistra dell’usuale scacchiera 8x8 (fig. 19). Vorremmo “toccare” tutte le caselle una e una sola volta con un percorso del cavallo (che muove “ad L”, come nella fig. 20 sopra) e “terminare” nell’angolo opposto in alto a destra della scacchiera. Si può fare?

La risposta è NO e ci si può arrivare a piccoli passi (parzialmente guidati o meno), con argomentazioni elementari che non richiedono alcuna conoscenza tecnica matematica, così come abbiamo

sperimentato con successo coi ragazzi. Si veda (Mantegazza, 2022), per approfondire.

Venendo più nello specifico alla parte disciplinare, le piccole esplorazioni algebriche proposte relative alla somma di numeri pari, numeri dispari e numeri pari e dispari, propedeutiche alla costruzione collettiva dell'enunciato della congettura di Goldbach, hanno consentito di usare l'algebra come strumento di modellizzazione matematica. Partendo dal presupposto che il pensiero algebrico può essere visto come un modo particolare di esprimere relazioni e processi astratti (ad esempio quelli aritmetici) e che gli studenti hanno una naturale tendenza all'astrazione, lo scopo era condurre le ragazze e i ragazzi che hanno partecipato al laboratorio a ciò che Mason et al. hanno chiamato la consapevolezza o l'attenzione alla struttura, ovvero "abituarsi a considerare l'invarianza nella variazione" (Mason et al., 2009, p. 13). Assumendo una visione del pensiero come comunicazione interpersonale (Sfard, 2008), ma anche come comunicazione intrapersonale resa tangibile dalla pratica sociale e materializzata nel corpo, nell'uso di segni e artefatti (Radford, 2010), il pensiero algebrico può essere visto come una sorta di "discorso" (inter/intrapersonale fatto di gesti, disegni, simboli) in cui possiamo riconoscere questa attenzione alla struttura. E attività di libera esplorazione nel dominio dei numeri naturali, come quelle proposte durante il laboratorio di Next Land, possono promuovere l'attenzione alla struttura matematica inducendo gli studenti a un primo passaggio dal linguaggio aritmetico al linguaggio algebrico (Mellone, 2011).

Importanti, infine, rispetto alla progettazione del laboratorio matematico da proporre ai giovani allievi, sono state pure le Indicazioni Nazionali del 2012 (M.I.U.R. 2012) per il curricolo di matematica che sottolineano che

“Di estrema importanza è lo sviluppo di un’adeguata visione della matematica, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto per affrontare e porsi problemi significativi e per esplorare e percepire relazioni e strutture che si ritrovano e ricorrono in natura e nelle creazioni dell’uomo”

Anche il problema proposto dal professor Mantegazza, nella parte finale del laboratorio, è andato in questa direzione. Si è trattato, infatti, di un invito a una matematica con pochissimi calcoli e con connessioni con idee profonde del pensiero e della cultura matematica, in particolare con il concetto di invariante. L'obiettivo è comunicare non solo il fatto che una corretta visione della disciplina considera "i calcoli" come "strumento" per i ragionamenti, ma anche che un suo aspetto cruciale è lo sviluppo di argomentazioni. Inoltre si è voluto sottolineare sia il grande impatto di alcune idee e concetti apparentemente semplici (e che nascono da problemi a prima vista futili, ma curiosi), sia, infine, la bellezza intellettuale intrinseca degli argomenti matematici.

Riferimenti bibliografici

- MANTEGAZZA, C. (2022) Matematica (quasi) senza numeri. *Atti estesi del congresso FIM di Napoli 2022* "Matematica 2022 – Matematica, Arte e Società", vol. 1 – Matematica e Arte, pp 3-20
- MASON et al., (2009), Appreciating mathematical structure for all. *Mathematics Education Research Journal* (p. 13)
- MELLONE, M. (2011). Looking for tricks: a natural strategy, early forerunner of algebraic thinking. *Proceeding of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 7)*, Polonia (pp. 1882-1890)
- Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca. (2012). Decreto Ministeriale 16 novembre 2012, n. 254 – Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione. *Gazzetta Ufficiale*, n. 30, 5 febbraio 2013
- Prisma. (2024, maggio). *Prisma*, (63)
- RADFORD, L. (1997) On Psychology, Historical Epistemology, and the Teaching of Mathematics: Towards a Socio-Cultural History of Mathematics. *For the Learning of Mathematics* (pp. 26-33)

----- (2010). The eye as a theoretician: Seeing structures in generalizing activities. *For the Learning of Mathematics*

SFARD, A. (2008) Thinking as Communicating: Human Development, the Growth of Discourses, and Mathematizing. *Cambridge University Press*