

**IL FENOMENO DELLA VARIAZIONE DELLA LATITUDINE
A CORTO PERIODO: GLI STUDI DI ARMINIO NOBILE E LA
CONTROVERSA CON ERNESTO CESÀRO**

L.CARBONE - G.CARDONE

Dipartimento di Matematica e Applicazioni "R.Caccioppoli"
Università degli Studi di Napoli "Federico II"

S.MANCUSO

Dipartimento di Scienze Fisiche
Università degli Studi di Napoli "Federico II"

Variazione a corto periodo della latitudine

Eulero mostrò nel 1765¹ che se l'asse di rotazione della terra considerata come un corpo rigido è inclinato leggermente sul diametro "più corto", allora i poli si muovono descrivendo una curva detta polodia con un periodo di circa 306 giorni. Naturalmente la presenza di questi movimenti determina una variazione periodica della latitudine in tutti i luoghi della terra.

Considerato infatti un corpo rigido che si possa muovere liberamente nello spazio, prendiamo come origine il suo baricentro O e come assi cartesiani $x y z$ solidali col corpo, i tre assi principali d'inerzia uscenti da O. Indichiamo con A, B, C i tre momenti

¹ Cfr. L.Eulero, *Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum*, Greifswald, 1765.

principali d'inerzia del corpo; con L, M, N , i momenti delle forze esterne rispetto agli stessi assi ed infine con p, q, r le componenti della velocità angolare ω .

Se il corpo è un solido di rotazione rispetto all'asse z si ha $A = B$ e le cosiddette equazioni di Eulero diventano:

$$A \frac{dp}{dt} + (C - A)qr = L$$

$$A \frac{dq}{dt} + (A - C)rp = M$$

$$C \frac{dr}{dt} = N$$

Supponiamo ora che il corpo sia il globo terrestre, la cui forma si può assimilare a quello di un ellissoide schiacciato. Supponiamo trascurabili le attrazioni del Sole e della Luna: quindi i momenti L, M, N delle forze esterne sono nulli. Sostituendo nelle equazioni precedenti si ottengono le soluzioni:

$$p = c \operatorname{sen}(kt + k') \quad , \quad q = c \operatorname{cos}(kt + k') \quad , \quad r = c' = \operatorname{cost.}$$

con c, c' e k' costanti arbitrarie. Quindi p e q sono funzioni periodiche di t , con periodo P uguale a $2\pi/k$.

La costante k è positiva e si trova essere uguale a $\frac{C-A}{A}r$; preso come unità di tempo il giorno siderale, poichè la rotazione terrestre si compie nell'unità di tempo, si ha $r = 2\pi$, e quindi $P = \frac{A}{C-A}$. Tale rapporto tra i momenti principali d'inerzia della terra è valutato in 306 circa; quindi P è uguale a 306 giorni circa. Poichè p e q , componenti del vettore rotazione sugli assi, sono variabili periodicamente col tempo, l'asse di rotazione della Terra si sposterà periodicamente rispetto alla terna xyz . Quindi il polo di rotazione della Terra descriverà in 306 giorni un cerchio intorno al polo geometrico dell'ellissoide. Naturalmente le approssimazioni fatte da Eulero lasciavano già intravedere la possibilità che la curva descritta dall'asse potesse essere anche più complessa di una circonferenza e a tale curva fu poi dato il nome di polodia.

Molti tentativi furono effettuati senza successo durante tutto il 19° secolo² per verificare la variazione di latitudine, cui fu dato il nome di variazione a corto periodo. In realtà furono notati cambiamenti di latitudine, ma non fu possibile separarli dagli errori di osservazione: così fino al 1880 la maggior parte degli astronomi considerò nulla la variazione di latitudine a corto periodo.

Nel 1834 il Capitano Andrew Talcott ufficiale del genio militare americano impiegò un suo telescopio zenitale in alcune misurazioni di frontiera tra l'Ohio e il Michigan.

Il suo metodo era completamente libero da errori di graduazione del cerchio e effettivamente libero da errori di rifrazione e di flessione strumentale. Esso consentiva misurazioni al millesimo di secondo.

Grazie alla precisione di tale strumento e ai suoi ulteriori perfezionamenti, a partire dagli anni '80 del secolo diciannovesimo più ricercatori notarono variazioni di latitudine di corto periodo ben distinguibili dall'aberrazione annuale di Bradley³ e non riconducibili a errori di misurazione.

La tradizione prevalente attribuisce i primi rilevamenti a Friedrich Küstner.

Friedrich Küstner

Küstner, dell'Osservatorio di Berlino, allora diretto da F.R.Helmert, effettuò una nuova determinazione della costante di aberrazione combinando la tecnica operativa di Bradley con la tecnica strumentale di Talcott.

La massima variazione nella declinazione dovuta all'aberrazione si verifica tra la primavera e l'autunno. Küstner osservò le stesse sette coppie di stelle nella primavera e

² Cfr. F.W.Bessel, *Ueber den Einfluss der Veränderungen des Erdkörpers auf die Polhöhen*, 1818; C.A.F. Peters, *Resultate aus den Beobachtungen des Polersters*, Bull. Acad. Sciences, St. Petersburg 1844; H.Gylden, *Recherches sur la rotation de la Terre*, Actes de la Soc. des Sci. d'Upsal, troisième série, t. VIII, 1871; M.Nyren, *Die Polhohen von Pulkowa*, Mem. de l'Acad. Imper. des Sci., t. 19, St. Petersburg, 1873.

³ Nel 1725 Bradley e S.Molyneux per determinare la parallasse stellare misurarono ripetutamente la distanza zenitale di alcune stelle (sempre le stesse) durante l'anno. Essi trovarono una variazione nella posizione della stella che non poteva essere dovuta alla parallasse. Nel 1728 Bradley affermò che essa era dovuta alla *aberrazione annuale*, derivante dalla velocità finita della luce delle stelle e del moto orbitale della terra.

nell'autunno del 1884 e di nuovo nella primavera del 1885. Egli ottenne dei valori inammissibili per la costante di aberrazione. Un paragone dei risultati primaverili del 1884 e del 1885 mostrò un cambiamento nella distanza zenitale di 0,2 secondi. Questo non poteva essere dovuto né all'aberrazione, che è un effetto annuale, né ai cataloghi delle declinazioni, poiché erano state usate le stesse stelle. Küstner concluse che il cambiamento era dovuto al cambiamento della latitudine, che sia lui che Bradley avevano considerato costante.

Nel 1888⁴ annunciò che la latitudine di Berlino era diminuita di un valore interno all'intervallo $0,204 \pm 0,025$ secondi in un anno. Anche se tale cambiamento era stato calcolato con le incertezze degli errori di osservazione per le precedenti determinazioni di latitudine, Küstner aveva comunque messo insieme due tecniche che diminuivano sensibilmente alcuni errori sistematici che fino ad allora avevano mascherato la variazione di latitudine.

Nel 1890 Küstner rivide queste stesse determinazioni della latitudine usando le *declinazioni relative* delle stelle, ottenute osservando le stelle in gruppi durante l'anno. Questi dati mostrarono per la prima volta la variazione di latitudine in dettaglio⁵.

Nello stesso anno Helmert dava un contributo all'interpretazione del fenomeno⁶.

Arminio Nobile

Qualche anno prima, nel 1883, Arminio Nobile⁷, dell'Osservatorio di Capodimonte di Napoli aveva determinato per la terza volta (dopo le determinazioni effettuate nel 1820 da Carlo Brioschi e nel 1871 da Emanuele Fergola) la latitudine dell'Osservatorio.

⁴ Cfr. F.Küstner, *Neue Methode zur Bestimmung der Aberrations - Constante, nebst Untersuchungen über die Veränderlichkeit der Polhöhe*, Berlin, 1888.

⁵ Cfr. F.Küstner, *Ueber Polhöhen Aenderungen beobachtet 1884 bis 1885 zu Berlin und Pulkowa*, Astr. Nach. 125, 273, 1890.

⁶ Cfr. F.R.Helmert, *Zur Erklärung der beobachteten Breitenänderungen*, Astr. Nach. 126, 218, 1890.

⁷ Arminio Nobile (1838-1897). Nel 1861 fu ufficiale e ingegnere del Genio navale. Nel 1863 si dimise ed insegnò all'Istituto tecnico di Napoli. Contemporaneamente fu astronomo all'Osservatorio di Capodimonte, seguendo così le orme del padre Antonio. Nel 1887 successe allo Schiavoni nell'insegnamento di Geodesia all'Università di Napoli, divenendo straordinario nel 1891 e ordinario nel 1896.

Egli pensava che la misurazione della latitudine fosse influenzata dalla flessione nel cannocchiale usato in quel periodo all'Osservatorio. A tale proposito egli scriveva⁸:

"L'arduo e laborioso studio della flessione nel cannocchiale del Cerchio meridiano di Reichembach trasformato dal sig. Heurtaux nel nostro osservatorio, mi condusse a sospettare verso la fine del 1882 che il valore della latitudine da me impiegato fosse men vicino alla verità di quello che si poteva credere (...) Avrei del resto ritenuto il valore del prof. Fergola, se non vi fossero fatti che qui enumero.

1) Il Brioschi nella sua ricerca del 1820, accenna a una possibilità di variazioni della latitudine ed anzi ammette la possibilità di una variazione secolare ed una periodica.

2) Il Peters nella sua memoria "Recherches sur les parallaxes des étoiles fixes" accenna anche a variazioni possibili di questo elemento.

3) Il Prof. Fergola nella sua ricerca del 1871, getta dubbi sulla invariabilità della latitudine.

4) Il Dr. Magnus Nyrèn nella sua memoria "Die Polhohe von Pulkowa" esponendo i risultati del Peters, del Gylden ed i suoi, conclude nel senso del Brioschi e del Fergola.

Ciò a posteriori. Ricordo, per quello che riguarda l'a-priori che Eulero e Legendre conchiusero nel senso di una variazione della latitudine con un periodo di circa 10 mesi. Ma del resto anche assodata che variazione effettiva vi sia, nei risultati potrebbe darsi che questa variazione fosse puramente apparente. Infatti, tutte le osservazioni di questo genere sono fondate sulla direzione della gravità; ora potrebbe, per lo spostamento di masse locali interne relativamente piccole spostarsi la direzione del filo a piombo in una regione abbastanza estesa senza che l'asse di rotazione della terra si spostasse nella materia, ed allora si avrebbe dalle osservazioni un cambiamento di latitudine che poi non avrebbe in sé nulla di reale. Per tutte queste variazioni era giustificabile il dubbio che anche ammettendo rigorosamente esatta la latitudine del prof. Fergola, essa potesse non essere più una verità".

Egli trovò un valore concordante con quello di Fergola, ma diverso di circa 1" da quello di Brioschi. Ma per quanto riguarda l'errore attribuito a quest'ultimo, egli ipotizzava fosse dovuto a errori strumentali.

Infine così concludeva l'articolo:

⁸ Cfr. A.Nobile, *Terza determinazione della latitudine geografica del R.Osservatorio di Capodimonte con esame delle osservazioni fatte il 1820 da Carlo Brioschi*, Atti del R.Istituto d'Incoraggiamento, (3) II (1883).

"E' probabile la invariabilità della latitudine dentro gli attuali limiti di precisione delle osservazioni".

Così da queste sue prime ricerche Nobile aveva tratto la convinzione che la latitudine non variasse. Vale tuttavia la pena sottolineare che, come messo in evidenza dallo stesso Nobile, all'interno dell'Osservatorio napoletano E. Fergola⁹ sembrava orientato a ritenere ormai dimostrabile sperimentalmente la variazione a corto periodo.

Ben presto però Nobile, dopo le ricerche condotte durante il 1884 e pubblicate nel 1885 mutò opinione. Infatti nella nota¹⁰ con la quale rendeva note queste ulteriori sue ricerche, egli scriveva:

"Nella memoria da me pubblicata al principio del 1884 io conchiusi che la latitudine di Capodimonte dal 1820 al 1883 non aveva sensibilmente variato, almeno dentro i limiti di precisione delle osservazioni moderne. Con ciò io non intendeva entrare nel concetto di un valore variabile della latitudine, ma implicitamente ammettevo di parlare di un numero costante, almeno in intervalli di tempo non lunghissimi. Le ricerche che qui impendo ad esporre (in parte iniziate fortuitamente) tendono a provar essere probabile che la latitudine di un punto della terra sia un elemento variabile nell'anno dentro certi limiti e che questi limiti nello stato attuale dell'Astronomia e della Geodesia, non comprendano quantità assolutamente trascurabili".

Dalle osservazioni eseguite da Nobile, A.De Gasparis¹¹, direttore dell'Osservatorio di Capodimonte, nel rapporto eseguito sul lavoro stesso per conto della rivista, poteva così affermare che:

⁹ Cfr. E.Fergola, *Determinazione novella della latitudine dell'Osservatorio di Capodimonte*, Napoli 1872.

Sulla proposta di Fergola per la verifica della variazione della latitudine presentata alla VII Conferenza Geodetica Internazionale tenutasi a Roma dal 15 al 24 ottobre 1883 e pubblicata nei *Procès verbaux des séances de la VII Conférence générale de l'Association géodés. intern.* (Berlin, 1884) si veda: E.Proverbio, *L'organizzazione del Servizio Internazionale delle Latitudini: il contributo italiano*, Giornale di Fisica, 1996 (in corso di stampa).

¹⁰ Cfr. A.Nobile, *Ricerche numeriche sulla latitudine del R. Osservatorio di Capodimonte. Parte I. Risultato delle osservazioni del 1884 ed esame dei risultati di altre località*, Atti del R.Istituto d'Incoraggiamento, Napoli 1885.

¹¹ Annibale De Gasparis (1819-1892) entrò all'Osservatorio di Capodimonte (Napoli) nel 1840., di cui divenne direttore nel 1864, alla morte di Ernesto Capocci. Ma già nel 1851 era stato nominato professore di Astronomia all'Università di Napoli. Nel 1849 scoprì il pianetino *Igea Borbonica* e ne rinvenne altri

"in Napoli è nel corso di un anno, la latitudine presenta un minimo in Maggio, ed un massimo in Novembre, colla escursione di circa un secondo d'arco. Vi è ancora il fatto importante che le osservazioni fatte nel Maggio 1885, si accordano a dare il risultato del Maggio 1884. Vi sono in Meccanica celeste esempi numerosi di variazioni di elementi cosmici, che sono della stessa indole".

Nobile, inoltre, rendendosi immediatamente conto sia della necessità di ulteriori conferme alla sua interpretazione del fenomeno, sia della necessità di uno studio accurato, teorico e sperimentale, dell'intera polodia, esortava gli astronomi dell'epoca a compiere ricerche in questo campo. Infatti nella prefazione alla sua nota egli scriveva:

"Pubblico le presenti ricerche (in parte iniziate fortuitamente) le quali accennano ad una variazione annua della latitudine intorno ad un medio che a sua volta potrebbe essere variabile. Tuttavia questo opuscolo non deve essere considerato che come un invito agli Astronomi di esaminare il valore della latitudine in diverse epoche dell'anno, riserbando qualunque studio d'insieme fino a che il fatto non sia incontrastabile. Io continuo esse ricerche e prego gli altri astronomi che non vanno in cerca di risultati più o meno fulminei di fare altrettanto ..."

Egli continuò le sue ricerche compiendo altre numerose ed accurate osservazioni che lo impegnarono assiduamente per tre anni, dal 1886 al 1888. Espose i suoi risultati in altre due memorie del 1888 e del 1890¹².

Nel *Bullettin de l'Observatoire de Paris* del dicembre 1888 apparve una recensione simultanea del lavoro di Küstner e di quello di Nobile del 1885, senza però che in essa venisse riconosciuto il merito nella priorità all'astronomo italiano. La recensione era firmata dalla sigla R.R. nella quale sulla base di una lettera inviata a Nobile il 10 febbraio 1888 è possibile riconoscere R.Radau¹³.

sette nel triennio successivo; nel 1846 aveva già proposto un metodo per la determinazione dell'orbita del pianetino *Vesta*.

¹² Cfr. A.Nobile, *Ricerche numeriche sulla latitudine del R. Osservatorio di Capodimonte. Parte II*, Atti dell'Accademia Pontaniana, 1888; A.Nobile, *Ricerche numeriche sulla latitudine del R. Osservatorio di Capodimonte. Parte III. Risultati degli anni 1886-87-88*, Atti dell'Accademia Pontaniana, Vol. XX e XXI, 1890.

¹³ Cfr. C.Nobile Fiore, *Antonio - Arminio - Vittorio Nobile: Astronomi nell'Osservatorio di Capodimonte*, Casa editrice Aurelia, Roma, p. 45.

Il Tisserand nel suo vasto trattato di Meccanica celeste¹⁴ riconobbe la priorità del Nobile.

Anche nella Bibliotheca Mathematica dell'Eneström (nuova serie vol. 7, 1893) in un'osservazione alla sua nota storica sulla variazione delle latitudini, Ottavio Zanotti Bianco riconosceva il contributo dato dal Nobile nei seguenti termini:

"Nobile, Terza determinazione della latitudine geografica del R. Osservatorio di Capodimonte (Napoli 1883) pag. 5. Questo valente astronomo italiano ha con una serie di profonde memorie e discussioni di sue osservazioni, contributo largamente e potentemente allo studio delle variazioni delle latitudini, a cui con lavori di grandissima importanza attesero in Italia gli astronomi Schiaparelli, Fergola, Angelitti, Porro".

In prevalenza, come già accennato, l'onore del rilevamento e dello studio del fenomeno fu però attribuito all'Osservatorio di Berlino.

In effetti Helmert osservava già nel 1890 che¹⁵:

"Ich will hier nicht verschweigen, dass die kürzlich von Nobile veröffentlichten Neapeler Breitenbeobachtungen aus den Jahren 1886/88 (Ricerche numeriche sulla latitudine del R. Osservatorio di Capodimonte, Parte terza, 1890) in diesem Zeitraum ein Zusammenziehen des Epicykles nicht erkennen lassen. Indessen sind gerade die grossen hier beobachteten Breitenunterschiede, die bis zum Betrage von 1" ansteigen, wegen der eingehenden Declinationsunsicherheiten wenig gesichert".

Un'ulteriore prova della delicatezza della questione della priorità nell'osservazione del fenomeno, si può trarre dalla *Relazione sul concorso al premio di S.M. Reale Umberto I per l'Astronomia, per l'anno 1890*¹⁶ stesa dalla Commissione costituita da tre celebri astronomi G.Schiaparelli, G.Celoria ed il già citato E.Fergola che fungeva da relatore.

Al premio aveva preso parte Arminio Nobile, anche con le note nelle quali aveva stabilito (o creduto di stabilire) la variazione di latitudine.

L'analisi delle note effettuata dalla Commissione sembra in effetti tenere conto delle osservazioni di Helmert circostanziando le condizioni sperimentali nelle quali aveva lavorato il Nobile, e dichiarando in ogni caso di ritenere la variazione apparente della latitudine di Napoli "un fatto abbastanza ben stabilito".

¹⁴ Cfr. Tisserand, *Traité de Mécanique céleste*, Paris, Gauthier, 1889, 4 vol.

¹⁵ Cfr. F.R.Helmert, *Zur Erklärung der beobachteten Breitenänderungen*, cit., p. 222.

¹⁶ Cfr. Estratto del Rendiconto della Reale Accademia dei Lincei, adunanza solenne del 4 giugno 1893.

Al premio tuttavia prendevano parte anche altri due valenti astronomi Michele Rajna e Filippo Angelitti con lavori certo pregevoli, ma concernenti problemi di minore rilevanza. Inoltre, come segnalava esplicitamente la stessa Commissione, il lavoro dell'Angelitti nasceva da "un felice suggerimento del prof. Nobile".

La Commissione allora finiva col non assegnare il premio, rimandandolo ad un nuovo concorso nei termini statutarî di due anni, in quanto "unanime nel giudicare molto pregevoli e meritevoli di considerazione i lavori dei signori Angelitti, Nobile e Rajna; non però tanto differenti di merito da giustificare la concessione di tutto il premio ad uno di essi oppure la sola esclusione di uno dei tre".

Nobile si ritenne quasi defraudato di una scoperta che egli attribuiva a sè, tanto che scrisse una nota¹⁷ per rivendicarne la priorità. Essa così iniziava:

"Consigliato da autorevoli uomini, espongo un frammento di storia scientifica contemporanea, col quale intendo di provare che qui in Italia siamo stati i primi a mettere innanzi una idea, che può produrre conseguenze importanti".

Descrivendo brevemente i suoi lavori, egli affermava di aver ricevuto incoraggiamenti a proseguire le sue ricerche anche dall'estero, soprattutto dalla Francia e dall'America, dove il direttore dell'Osservatorio di Mount-Hamilton in California, il professor Holden, aveva aderito al suo invito di occuparsi della questione.

Infine concludeva polemizzando con Helmert nei seguenti termini:

"L'Helmert fa un caldo appello a tutti gli astronomi di occuparsi di questo argomento che egli ritiene capitale e non cita (quantunque li conosca) i lavori fin qui fatti ed incominciati da 7 anni. Comunque sia, a noi preme di stabilire che da noi è partita la prima notizia fondata su numeri sulla variazione annua della latitudine ed è, oltre l'influenza dei consigli avuti, anche l'amor proprio nazionale che mi ha spinto a questa relazione".

Anche più recentemente alcuni autori riconoscono la priorità del Nobile. Si può ad esempio citare G. Armellini che scrive nei suoi *Fondamenti scientifici dell'Astronomia*¹⁸:

"Tale variazione periodica delle latitudini, trovata teoricamente da Eulero verso la fine del sec. XVIII, fu per la prima volta messa in luce con le osservazioni dall'astronomo Arminio Nobile di Napoli nel 1885 e confermata, poco dopo, dal Küstner".¹⁹

¹⁷ Cfr. A. Nobile, *Sopra una rivendicazione di proprietà scientifica*, Atti dell'Accademia Pontaniana, 1890.

¹⁸ Cfr. G. Armellini, *I fondamenti scientifici della Astronomia*, Hoepli, Milano, 1952.

Controversia Cesàro-Nobile

Nell'adunanza dell'1 aprile 1893 Nobile presentò all'Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli la sua memoria *Riflessioni sulla variazione a corto periodo della latitudine*²⁰, in cui egli cercava di ricavare per via teorica il problema della suddetta variazione. Nel volume successivo della stessa rivista apparve anche un sunto dell'articolo citato (Vol. VI, 8 aprile 1893, pp. 102-104).

Ernesto Cesàro²¹ era presente all'Accademia quando Nobile presentò la sua nota. Egli ravvisò subito nelle sue parole delle inesattezze che però non fece notare in quel momento. Una volta letto l'articolo, egli si convinse delle sue perplessità che riguardavano soprattutto le basi matematiche da cui Nobile faceva scaturire la valutazione della variazione della latitudine. Allora gli chiese un colloquio privato sull'argomento, come attestato da una lettera del 26 luglio 1893 (v. Appendice, lettera n.1) inviata a Cesàro da Nobile²².

Ma, come scrisse lo stesso Cesàro, "egli non riuscì a persuadersi della loro esattezza". Quasi certamente ci fu una accesa discussione tra i due.

¹⁹ Per altre notizie sui contributi di Arminio Nobile allo studio della polodia si veda: C.Nobile Fiore, *Antonio - Arminio - Vittorio Nobile: Astronomi nell'Osservatorio di Capodimonte*, Casa editrice Aurelia, Roma.

²⁰ Cfr. A.Nobile, *Riflessioni sulla variazione a corto periodo della latitudine*, Atti della R. Accademia delle Scienze Fis. e Mat. di Napoli, (2) V, 1 aprile 1893.

²¹ Ernesto Cesàro (1859-1906). Per le difficoltà finanziarie della propria famiglia studiò irregolarmente in Italia (Napoli e Roma), a Parigi e in Belgio a Liegi, dove fu apprezzato dal Catalan. Tornato in Italia; divenne nel 1886 professore di Analisi algebrica all'Università di Palermo, nonostante non avesse ancora la laurea, che gli fu poi conferita ad honorem in seguito. Nel 1891 passò alla cattedra di Calcolo infinitesimale dell'Università di Napoli; nel 1906 si stava trasferendo all'Università di Bologna dove avrebbe insegnato Meccanica razionale, quando sopraggiunse una morte prematura nel tentativo di salvare suo figlio Manlio che stava annegando nelle acque di Torre Annunziata. Ha lasciato circa 250 lavori riguardanti soprattutto la teoria dei numeri, la geometria intrinseca e i metodi di sommazione delle serie.

²² Tale lettera, come tutte quelle che verranno citate nel seguito, è conservata nel Fondo Cesàro, posseduto attualmente dal Dipartimento di Matematica e Applicazioni "R.Caccioppoli" dell'Università degli Studi di Napoli "Federico II".

Probabilmente nell'accanimento di Cesàro nei confronti di Nobile dovette giocare una serie di contrasti che egli aveva avuto con la componente astronomica della Facoltà, anche se va segnalato che nel vasto epistolario di Cesàro, che include anche molte lettere di natura intima, non vi sono tracce significative di una particolare animosità nei confronti dei colleghi astronomi..

Questi avevano una forte influenza grazie al prestigio internazionale acquisito da De Gasparis, assai apprezzato non solo come abile osservatore, ma anche come esperto matematico, lodato dallo stesso Charles Hermite.

Così il Fergola, che era succeduto al De Gasparis come direttore dell'Osservatorio, nel 1891, in seguito al collocamento a riposo di Battaglini, aveva cercato di favorire la promozione del genero Gabriele Torelli a professore straordinario nella Facoltà napoletana.

Ad un trasferimento a Napoli ambiva invece Cesàro, allora professore di Analisi Algebrica a Palermo.

La questione si appianò con il trasferimento di Cesàro a Napoli sulla cattedra di Calcolo Infinitesimale e con la nomina di Torelli a straordinario sul posto lasciato libero da Cesàro a Palermo.

Altra occasione di scontro era nata al momento della cooptazione di Cesàro nell'Accademia. In contrapposizione alla candidatura di Cesàro era sorta proprio quella di Nobile.

Pasquale Del Pezzo, professore di Geometria superiore a Napoli, amico e collega di studi a Roma di Cesàro, gli scriveva infatti il 26 novembre 1892:

"Caro Cesàro, oggi all'Accademia erano 12 e a proposta Fergola Battaglini volevano rifare la votazione fra te e l'ing. Nobile. A stento Pinto e Capelli sono riusciti a far differire la votazione al 3 Dic. Se si fosse fatta oggi tu avevi solo 4 voti, l'ing. Nobile 8. La battaglia è stata aspra piena di male parole. Adesso pensano di farvi entrare tutti e due. T'informo perchè informi gli amici e ti regoli".

Anche in questo caso si arrivò ad una soluzione di compromesso. Infatti il 3 dicembre venne eletto Cesàro²³:

"(...) Si passa alla elezione di un socio ordinario residente nella Sezione di Scienze Matematiche. Letto il rapporto e procedutosi alla votazione, risulta eletto il Prof. Ernesto Cesàro".

²³ Cfr. Processo verbale dell'adunanza del 3 dicembre 1892, Rendiconto dell'Accademia delle Scienze Fis. e Mat. di Napoli, (2) V, 1892, pp. 141-142.

E nella seduta successiva del 10 dicembre venne eletto Nobile²⁴:

"(...) Si procede quindi alla elezione di un socio ordinario residente nella Sezione di Scienze Matematiche, alla elezione di uno dei venti soci nazionali corrispondenti nella stessa Sezione ed alla elezione di un socio ordinario non residente nella Sezione di Scienze Fisiche.

Letti i rapporti delle rispettive sezioni e procedutosi alla votazione, risulta eletto il Prof. Arminio Nobile a socio ordinario residente, il Prof. Pasquale Del Pezzo a socio corrispondente ed il Prof. Torquato Taramelli, della R.Università di Pavia, a socio ordinario non residente".

Quando Cesàro lesse le sue osservazioni all'Accademia, esse furono respinte all'unanimità per problemi di forma. Il verbale²⁵ della seduta così recita:

"Il socio Cesàro legge una sua Nota dal titolo: *Su talune erronee Riflessioni del Prof. Arminio Nobile-Osservazioni*- e chiede che sia inserita nel fascicolo del Rendiconto. Il Presidente e parecchi soci pregano il Collega Cesàro di modificare o di sopprimere qualche espressione. Il socio Cesàro non consente ed insiste a che si voti per la inserzione della sua nota nei termini precisi in cui l'ha letta.

L'Accademia, dopo che il Presidente e parecchi soci dichiarano di non trattarsi del contenuto scientifico, ma della sola forma, a voti unanimi nega l'inserzione di quella nota".

Il 2 agosto Cesàro scrisse a Peano, direttore della *Rivista di Matematica*, proponendo le sue osservazioni. Peano vi rispose il 17 agosto 1893²⁶:

"(...) Spedisca pure la sua recensione, che sarà stampata con la massima rapidità. Sarebbe desiderabile che non risulti che essa non fu accettata dall'Accademia".

L'articolo fu poi pubblicato²⁷ nella forma in cui Cesàro lo aveva letto all'Accademia, ma con l'aggiunta di alcune risposte alle osservazioni fatte da Nobile a viva voce nel loro colloquio "confidenziale".

²⁴ Cfr. Processo verbale dell'adunanza del di 10 dicembre 1892, Rendiconto dell'Accademia delle Scienze Fis. e Mat. di Napoli, (2) V, 1892, p. 142-143.

²⁵ Cfr. Processo verbale dell'adunanza del di 1 agosto 1893, Rendiconto dell'Accademia delle Scienze Fis. e Mat. di Napoli, (2) VI, 1893, p. 178.

²⁶ Cfr. F.Palladino, *Le lettere di Giuseppe Peano nella corrispondenza di Ernesto Cesàro*, Nuncius, Annali di Storia della Scienza, Anno VIII, 1993, fasc. 1, pp. 249-285.

Anche Nobile scrisse a Peano per rispondere a Cesàro. Ne fa menzione lo stesso Peano in una lettera inviata a Cesàro il 18 ottobre 1893:

"Egregio professore, ricevetti la sua critica all'articolo del Nobile, ed ora da questi ricevo una pagina a stampa, in risposta a Lei. Questa risposta non è accompagnata da alcuna lettera, né da invito a pubblicarla. Quanto prima uscirà il giornale che contiene il suo articolo (...)"

Il 28 ottobre Cesàro tornò sui suoi passi e lesse all'Accademia una nota in cui tenne conto delle esortazioni degli altri soci²⁸:

"Il socio Cesàro domanda la parola, e dice ch'egli, ossequente alla deliberazione presa dall'Accademia nella tornata del 1 agosto, ha rifatto la nota che allora vi lesse, sopprimendo ogni parola alquanto vivace ed ampliandone la parte scientifica. Legge quindi la citata nota che ha per titolo: *Critica delle riflessioni del prof. A.Nobile sulle variazioni a corto periodo della latitudine*. E poichè per la medesima nota nessun socio chiede la votazione, la s'intende approvata per essere inserita nei Rendiconti²⁹.

Il socio Nobile dichiara che in una prossima adunanza leggerà una sua nota in risposta a quella presentata dal collega Cesàro".

Il Nobile replicò a Cesàro il 18 novembre³⁰, concludendo la sua risposta con una violenta frecciata:

"Tutto ciò conduce alla conclusione che il socio Cesàro deve intendere per longitudine qualche cosa che è assolutamente ignoto ai geografi, ai geodeti ed agli astronomi".

Allora "finita la lettura, il socio Cesàro dice che la replica del Nobile lascia intatta in ogni punto la sua critica, onde egli non ha ragioni per continuare la disputa. Soggiunse

²⁷ Cfr. E.Cesàro, *Su talune erronee "riflessioni" del Prof. Arminio Nobile*, Rivista di Matematica, Torino, III (1893), pp. 128-133.

²⁸ Cfr. Processo verbale dell'adunanza del di 28 ottobre 1893, Rendiconto dell'Accademia delle Scienze Fis. e Mat. di Napoli, (2) VI, 1893, p. 179.

²⁹ Cfr. E.Cesàro, *Critica delle Riflessioni del Prof. A.Nobile: Sulle variazioni a corto periodo della latitudine*, Rend. della R. Accademia delle Scienze Fis. e Mat. di Napoli, (2) VI, 1893, pp. 195-196.

³⁰ Cfr. A.Nobile, *Risposta alla critica fatta dal socio Cesàro alla nota intitolata: "Riflessioni sulla variazione a corto periodo della latitudine"*, Rend. della R. Accademia delle Scienze Fis. e Mat. di Napoli, (2) VI, 1893, pp. 204-206.

che non ha mai ritirato alcuna delle sue critiche, e che per longitudine egli non intese altro che la coordinata λ ³¹.

Riflessioni sulla variazione a corto periodo della latitudine

Nobile comincia con il supporre la terra sferica e che il polo P si sposti lungo un certo meridiano fino a un certo punto P' in modo che l'arco PP' sia tale che, detto esso ε , $\text{sen } \varepsilon = \varepsilon$ e $\text{cos } \varepsilon = 1$, ed inoltre che si possono trascurare le potenze di ε superiori alla prima. Indica poi con φ e λ le coordinate rispetto al polo P (φ e λ indicano rispettivamente la latitudine e la longitudine) e φ' e λ' le coordinate rispetto a P' di un generico punto.

Passando a coordinate cartesiane si ottengono le due espressioni:

$$(1) \quad \text{sen } \varphi' = \text{sen } \varphi - \varepsilon \text{cos } \varphi \text{cos } \lambda$$

$$(2) \quad \tan \lambda' = \frac{\text{sen } \lambda}{\text{cos } \lambda + \varepsilon \tan \varphi}$$

Da questa si ha:

$$\tan(\lambda - \lambda') = \frac{\text{sen } \lambda}{\text{cos } \lambda + \varepsilon \tan \varphi}$$

e quindi

$$(3) \quad \tan(\lambda - \lambda') = \frac{\varepsilon \tan \varphi \text{sen } \lambda}{1 + \varepsilon \tan \varphi \text{cos } \lambda}$$

Sviluppando in serie:

$$(4) \quad \lambda - \lambda' = \varepsilon \tan \varphi \text{sen } \lambda - \frac{1}{2} \varepsilon^2 \tan^2 \varphi \text{sen } 2\lambda + \dots$$

L'obiettivo di Nobile è di ricondurre il problema della variazione della latitudine ad un problema di variazione di differenza di longitudine. Cerca allora il massimo di $\tan(\lambda - \lambda')$ che si può considerare come il massimo di $\lambda - \lambda'$. Supposto φ costante si ha

³¹ Cfr. Processo verbale dell'adunanza del dì 18 novembre 1893, Rendiconto dell'Accademia delle Scienze Fis. e Mat. di Napoli, (2) VI, 1893, p. 181.

$$\frac{d(\lambda - \lambda')}{d\lambda} = \cos\lambda + \varepsilon \tan\varphi = 0$$

Quindi il massimo di $\lambda - \lambda'$ corrisponde a

$$(5) \quad \lambda = \arccos(-\varepsilon \tan\varphi)$$

Il Nobile analizza poi questa curva che egli chiama *speciale*, individuando poi i punti dove la differenza di longitudine è massima a latitudine fissata. Egli trae dalla sua analisi alcune previsioni astronomiche.

"Il Massimo della differenza $\lambda - \lambda'$ ha luogo sul meridiano P' a 90° dal primitivo, e la massima differenza di longitudine ha luogo per $\lambda' = 90^\circ$.

Esempio numerico: Mettendo $\varepsilon = 1''$, $\varphi = 70^\circ$, il massimo di $\lambda - \lambda'$ ha luogo alla longitudine:

$$\lambda = 90^\circ 0' 2'',75 \quad \text{e si ha} \quad \lambda - \lambda' = 2'',75.$$

Si vede che, purchè in epoche diverse dell'anno in diversi luoghi di un parallelo, abbastanza boreale o australe, si proceda alla determinazione della differenza di longitudine, si dovrà capitare sopra una variazione della differenza di longitudine significativa fra due almeno di queste località, purchè siano lontane fra loro per un quadrante o quasi. (...)

Ed anche se si procedesse alla determinazione della differenza di longitudine per un anno intero o più fra due località situate in emisferi diversi e ad una forte differenza di latitudine, si potrebbe anche arrivare allo stesso risultato, poichè i due rami (boreale ed australe) della curva di massima differenza, procedono in senso inverso, e forse questa combinazione sarebbe più utile dell'altra se si potessero scegliere due coppie di tali punti con piccola differenza di longitudine in ogni coppia. Se si facessero le operazioni alla Patagonia e al Labrador, si potrebbero usare le stesse stelle equatoriali per la determinazioni di tempo, ed ogni errore dipendente dalle posizioni delle stelle sarebbe evitato, e vi sarebbe ad aspettare in qualche epoca dell'anno una variazione di circa $3'',00$ nella differenza di longitudine se il movimento del polo fosse circolare o se avendo luogo sopra un meridiano questo fosse lontano dai meridiani d'America e dippiù una volta in un senso ed un'altra nell'altro durante il ciclo.

Se mai facendo queste operazioni nulla si arrivasse a stringere, se ne trarrebbe che le variazioni accertate di latitudine, non sono dovute ad uno spostamento dell'asse di rotazione nella materia, ma ad altre cause a noi tuttora ignote".

Critica alle "Riflessioni" del Prof. Nobile

Cesàro analizza soprattutto i primi due paragrafi della nota di Nobile, criticando sostanzialmente l'uso di alcune formule trigonometriche e la correttezza di alcuni sviluppi in serie.

Egli fa notare che la (2) è una formula approssimata, mentre quella esatta è:

$$\tan \lambda' = \frac{\text{sen } \lambda}{\text{cos } \varepsilon \text{ cos } \lambda + \text{sen } \varepsilon \text{ tan } \varphi}$$

e lo sviluppo in potenze di ε che si ottiene da questa è

$$\lambda - \lambda' = \varepsilon \text{ tan } \varphi \text{ sen } \lambda - \left(\text{tan}^2 \varphi + \frac{1}{2} \right) \varepsilon^2 \text{ sen } \lambda \text{ cos } \lambda + \dots$$

Quindi fare l'approssimazione $\text{sen } \varepsilon = \varepsilon$ e $\text{cos } \varepsilon = 1$ e supporre trascurabili le potenze di ε superiori alla seconda prima dello sviluppo porta a degli errori nei coefficienti dello sviluppo. Quindi l'errore sta nell'aver fatto uso della (2), uso non consentito dal carattere approssimativo di questa.

Cesàro poi mette "in luce anche l'inesattezza di qualche dettaglio": la curva di equazione $\text{cos } \lambda + \varepsilon \text{ tan } \varphi = 0$ non è una curva speciale, ma è in realtà un circolo massimo della sfera; la curva della massima variazione di λ non è rappresentata dalla (5), ma essa è una conica sferica di equazione:

$$\text{tan } \varphi' \text{ cos } \lambda' + \text{tan } \frac{\varepsilon}{2} = 0$$

In realtà Cesàro critica anche il terzo paragrafo del lavoro di Nobile, in cui questi, dai ragionamenti fatti nei precedenti due paragrafi, fa scaturire la variazione della latitudine e quindi lo spostamento dell'asse di rotazione. Gli pare strano come da ricerche così semplici (egli dice "pur così tenui") derivi la soluzione di un problema così dibattuto.

Egli non si dilunga su tale problema, non volendo entrare in un argomento in cui non è competente, ma esprime comunque il suo parere e dice:

"Nondimeno non so astenermi dall'esprimere il parere che ben altre teorie di Analisi e Meccanica occorrerebbe, forse, mettere in gioco per istudiare con serietà gli

effetti dello spostamento dell'asse di rotazione della terra nelle determinazioni della longitudine, e che quando si voglia, per evitare certe difficoltà, ridurre il problema a quel grado di pressoché infantile semplicità che gli attribuisce l'autore, non si ha più il diritto di trarne deduzioni gravi ed assolute come quella che termina il paragrafo 3".

Cesàro non va oltre il terzo paragrafo, poiché, come egli stesso dice:

"Le « riflessioni » del Prof. Nobile occupano *sette* pagine degli *Atti* (vol. V, serie 2, n. 13). Quello che ho detto della *prima pagina e mezza* mi autorizza a tacere delle altre".

Egli poi fa un'affermazione che è quasi un'esortazione: "non è probabile che i geodeti vogliano seguire i consigli di chi li esorta a fondare le loro osservazioni sopra una base matematica ridicola e falsa".

Conclude inoltre la sua nota citando il poeta satirico siciliano Giovanni Meli, confermando la durezza della polemica che oppose i due:

"Pure termino senza speranza alcuna che la mia critica valga a correggere un avversario (stavo per dire scientifico) che *nun àvi drittu, è comu la lasagna, - e cci aviti a concediri pri forza, - chi l'acqua asciuca e chi lu sulì vagna*".

Risposta di Nobile

Nobile rispose a Cesàro il 18 novembre con la nota *Risposta alla critica fatta dal socio Cesàro alla nota intitolata: Riflessioni sulla variazione a corto periodo della latitudine*.

Egli difende lo sviluppo della formula (2) rinviando ad alcuni trattati dell'epoca; per quanto riguarda la sua convergenza, ammette che ci possa essere qualche problema, ma lo sviluppo va bene avendolo provato numericamente.

Da questa prima risposta si intuisce la linea di difesa portata avanti da Nobile: egli conferma la validità delle sue affermazioni tramite esperienze numeriche. Infatti per quanto riguarda la formula (3) egli da una serie di calcoli numerici, dopo i quali dice

"I numeri dunque controllano pienamente i miei risultati e negano quelli del Cesàro",

e alla fine della sua replica insiste:

"In questi esempi ed in altri due che ho pronti per chi li voglia avere, nulla si verifica di quanto il socio Cesàro ha annunciato, ma le mie deduzioni sono pienamente confermate dai numeri come ognuno che ha solo nozioni di trigonometria, può assicurarsene".

Echi della polemica

Nella corrispondenza di Cesàro è possibile raccogliere vari echi suscitati dalla controversia.

F.Gerbaldi³² a E.Cesàro (Palermo, 29 agosto 1893):

"(...) Quanto all'"Arminica" o "Nobileide" ne abbiamo parlato con Certo e con Torelli, questi (sia detto tra noi) è tutto preoccupato a scusare in questa faccenda il Fergola, il quale, dice, avrebbe voluto leggere le bozze della memoria del Nobile; ma il Nobile non gliel'ha fece leggere; mi ha inoltre raccontato che il Nobile è maleviso a molti; e per le bestialità, che Lei ha messo ora in vista, non avrà più la promozione ad ordinario (...)"

G.Bagnera³³ a E.Cesàro (Palermo, 9 ottobre 1893):

"(...) Non conosco il Prof. Nobile, ne ho innanzi agli occhi le sue "riflessioni" per poter meglio capire di ciò che si tratta, però me ne sono già fatta un'idea abbastanza chiara: è Maggiacomo N° 2, poco più poco meno. E dico questo quantunque, a proposito di "curve speciali" me ne dovrei stare zitto, perchè nello scorso mese, occupandomi della teoria delle sostituzioni lineari, mi si presentò la curva luogo dell'estremo di un arco di circolo avente il centro sull'asse delle x ed uscente da un punto fisso, a partire dal quale si porta, sul detto arco, la lunghezza s definita dall'equazione:

$$\text{Cost} = \int_0^s \frac{ds}{y}$$

ed il Prof. Gerbaldi mi fece lo stesso scherzo che Ella fece al Prof. Nobile (...)"

E.d'Ovidio³⁴ a E.Cesàro (Torino, 19 ottobre 1893):

³² Francesco Gerbaldi (1858-1934) laureatosi a Torino nel 1879, divenne assistente all'Università di Roma. Nel 1890 divenne professore di Geometria analitica e proiettiva all'Università di Palermo, dove rimase 18 anni. Nel 1908 passò all'Università di Pavia dove rimase fino al 1931.

³³ Giuseppe Bagnera (1865-1927) si laureò a Palermo in ingegneria nel 1890 e in matematica nel 1895, dove fu allievo di E.Cesàro. Nel 1901 fu nominato professore all'Università di Messina, dove vi rimase fino al 1909. Fino al 1922 fu professore di Analisi all'Università di Palermo, data in cui passò all'Università di Roma.

"(...) Da tempo io attendo con vivo desiderio che venga alla luce la Sua "Analisi algebrica", sicuro come sono che ci troverò molte belle pagine. Spero che presto l'opera sarà pronta. E Lei pensi un pò di più a quella e un pò meno al povero Nobile ...(...)".

F.Gerbaldi a E.Cesàro (Palermo, 25 gennaio 1894):.

"(...) Ho pure ricevuto a suo tempo le Memorie ultimamente da Lei pubblicate all'Accademia di Napoli, le quali provano luminosamente che l'abbattere l'ormai celebre Nobile non è stata per Lei impresa sì grande e difficile da distorglierLa dalle Sue occupazioni scientifiche; e però dimostrano la sciocchezza del consiglio datoLe da taluno di occuparsi un pò meno di Nobile ed un pò più di altre cose".

Probabilmente, come previsto dal Gerbaldi nella lettera citata, effetto della polemica fu un rallentamento della carriera di Arminio Nobile che divenne professore ordinario solo nel 1896, un anno prima della morte.

Sviluppo delle ricerche sulla variazione a corto periodo

Soprattutto dopo le pubblicazioni del Küstner, cominciò lo studio del moto del polo: nel 1889 la International Commission of Geodesy (ICG) organizzò osservazioni sistematiche: a Berlino, Postdam e Praga. Veniva utilizzato il metodo di Küstner: le stesse stelle venivano osservate in gruppi, usando le declinazioni relative. Osservazioni di differenti stelle furono iniziate nella primavera del 1891 a Honolulu, dove la longitudine differisce di 180 gradi circa dalle stazioni europee. Le variazioni di latitudine osservate erano le stesse per le tre stazioni europee, ed opposte in segno rispetto ai cambiamenti di Honolulu. Questo provò che la variazione di latitudine era dovuta al moto del polo e non ad effetti locali. Gli iniziali risultati europei indicarono un periodo di circa 12 -13 mesi.

Dopo la pubblicazione dei risultati iniziali di Küstner e della ICG, un astronomo americano S.C.Chandler cominciò una ricerca sulla variazione di latitudine utilizzando 51 serie di osservazioni effettuate nel 18° e 19° secolo. Nel Novembre 1891 egli affermò, basandosi sulle osservazioni dal 1862 al 1891, che il periodo era di 427 giorni (circa 14 mesi) invece che di 10 mesi come predetto da Eulero. Solo un mese più tardi Simon

³⁴ Enrico D'Ovidio (1843-1933). Studiò a Napoli nello studio privato di A.Sannia, ed ebbe la laurea, senza esami, nel 1869. Nel 1872 ottenne la cattedra di Algebra e Geometria analitica all'Università di Torino, dove rimase fino al 1918. Per alcuni anni insegnò anche Geometria superiore e Analisi superiore.

Newcomb motivò così la differenza: il valore trovato da Eulero sarebbe stato corretto se la Terra fosse stata un corpo rigido, mentre invece gli oceani sono mobili e la parte solida è elastica, e così entrambi i fattori allungano il periodo.

Inoltre Chandler analizzò le più vecchie osservazioni, comprese quelle di Bradley. La costante di aberrazione che Bradley stesso aveva dedotto era troppo piccola di circa 0,25 secondi, e durante il 19° secolo si era addebitata tale discrepanza ad un errore strumentale causato da cambiamenti di temperatura. Chandler affermò invece che era dovuta alla variazione di latitudine, e che il periodo della variazione stava cambiando. Nel Maggio 1892 egli pubblicò un'equazione che dava un periodo di circa 12 mesi al tempo di Bradley e di circa 14 mesi nel 1890. Egli spiegò tale fenomeno affermando che il moto polare consiste di due oscillazioni con differenti periodi. Le due oscillazioni sono la *componente di Chandler*, di periodo di circa 14,2 mesi, dovuta essenzialmente alla forma sferoidale della terra, e la *componente annuale* di periodo di 12 mesi, dovuta a effetti meteorologici di periodo annuale. Ognuna è una rotazione antioraria (se vista al di sopra del polo nord) attorno un punto chiamato *polo medio*. Le componenti alternativamente si sommano e si sottraggono l'un l'altra in un ciclo di circa 6 anni. La posizione del polo è la somma vettoriale di queste due componenti.

Le osservazioni del Chandler aprirono la strada a tutta una serie di ulteriori ricerche anche di natura teorica sul fenomeno. Contributi furono dati in Italia anche dallo stesso G. Peano e da V. Volterra³⁵.

Ampio spazio alla questione fu dedicato anche nel loro celebre trattato sul giroscopio da F. Klein e A. Sommerfeld³⁶.

Nel seguito è stato osservato che le grandezze delle componenti possono cambiare e che il moto durante differenti cicli non è lo stesso. Infatti le curve del moto polare determinate dalla ILS³⁷ tra il 1970 e il 1976 deviano dalla semplice forma di spirali interne ed esterne. Queste deviazioni hanno causato molte difficoltà nell'analisi del moto

³⁵ A tale proposito si veda: A. Guerraggio, *Le memorie di Volterra e Peano sul moto dei poli*, Archive for History of Exact Sciences, 31 (1984), n. 2, pp. 97-126.

³⁶ Cfr. F. Klein und A. Sommerfeld, *Ueber die Theorie des Kreisels*, Leipzig, 1897, 1910, 1923.

³⁷ La ILS (International Latitude Service) fu costituita dalla ICG e cominciò le sue osservazioni nel 1899. Essa consisteva di cinque stazioni situate tutte alla stessa latitudine: Mizusawa (Giappone), Carloforte (Italia), Gaithersburg (Maryland), Ukiah (California). Per 76 anni è stata la principale fonte di dati riguardanti il moto del polo.

del polo, e ci sono state diverse controversie riguardanti la grandezza delle componenti e la costanza del periodo di Chandler.

Da misurazioni fatte da 50 stazioni della IPMS (International Polar Motion Service) si è calcolato che la componente di Chandler ha periodo di 1,183 anni e un'ampiezza di 0,13 secondi, e che il periodo annuale ha un'ampiezza di 0,11 secondi. Il periodo di rivoluzione del moto combinato era di 1,1 anni per le quattro spirali più esterne, e di 1,6 anni per la spirale più interna.

Negli ultimi venti anni sono andate sviluppandosi nuove accurate tecniche per lo studio del moto del polo, basate su precise misurazioni sia del tempo che degli angoli. Così i dati del moto del polo si stanno ora ottenendo tramite segnali radio emessi da satelliti artificiali. Altri metodi usano segnali laser riflessi dalla luna e ancora da satelliti artificiali. Ovviamente un grosso passo in avanti è stato fatto grazie ai satelliti che permettono di rilevare una quantità enorme di dati rispetto al passato: basta solo pensare che le osservazioni si potevano fare solo di notte e in condizioni meteorologiche buone, condizioni a cui non sono ovviamente soggetti i satelliti³⁸.

Vittorio Nobile

La controversia che oppose Arminio Nobile e Cesàro non impedì che tra quest'ultimo e suo figlio Vittorio si sviluppasse una collaborazione scientifica. Infatti Arminio morì il 14 giugno 1897, ma, come si evince da una lettera del fondo Cesàro, già ad agosto Vittorio si mise in contatto con Cesàro, di cui fu allievo, per chiedergli qualche consiglio su una tesi orale da esporre all'esame di laurea (Appendice, v. lett. n.2).

Il rapporto tra i due in pochi anni si strinse sempre più, come testimoniano le seguenti parole di Vittorio del 9 ottobre 1900:

"Spero che ella non vorrà negarmi questo breve colloquio che io desidero, tanto più che ad altri non posso rivolgermi perchè tra le persone che mi son legate da parentela od antica amicizia non vi è alcuno competente in materia e, viceversa, fra le persone competenti non conosco alcuno, tranne lei, da cui io possa sperare un consiglio franco ed affettuoso".

³⁸ Per altre notizie sul problema della polodia si vedano in particolare: A.Abrami, *Letteratura sulla polodia*, Itegrafica, Trieste 1953; W.Markowitz, *Polar Motion: History and Recent Results*, Sky and Telescope, 1976; e il già citato articolo di E.Proverbio (cfr. nota 9).

I primi lavori di Vittorio inoltre riguardano proprio quella geometria intrinseca, di cui Cesàro è quasi il fondatore.

Il loro rapporto si interruppe solo con la morte prematura di Cesàro avvenuta il 12 settembre 1906: appena al giorno prima risale l'ultima lettera di Vittorio custodita nel fondo Cesàro.

Di lì a qualche tempo Vittorio avrebbe scritto un necrologio per il suo maestro per il *Bollettino di Matematica*³⁹.

Appendice⁴⁰

1

Arminio Nobile a Ernesto Cesàro
in Napoli

Capodimonte, 26 luglio 1893

Egregio Signore,

Ringraziandovi dell'avermi fatto noto il voto contrario del 1 aprile, perchè io sospettavo altri, debbo dirvi che la vostra critica non mi par giusta, come una breve discussione potrà provare.

V.D.

A. Nobile

2

Vittorio Nobile a Ernesto Cesàro
in Napoli

Egregio Signor professore. Io avrei bisogno che lei mi concedesse un breve colloquio, perché vorrei chiederle qualche consiglio sopra un argomento per una delle tesi orali da esporre all'esame di laurea che mi sovrasta.

³⁹ Cfr. V.Nobile, *Ernesto Cesàro*, Bollettino di Matematica, 1906.

⁴⁰ Si ringrazia il professore Domenico Olanda, direttore del Dipartimento "R.Caccioppoli", per aver consentito la pubblicazione delle lettere qui presentate.

Perciò le sarei estremamente grato, se volesse indicarmi l'ora ed il giorno in cui una mia visita le riuscirebbe meno inopportuna. Voglia scusarmi pel disturbo che le arredo, ed accettare i ringraziamenti e gli ossequi del suo dev. mo allievo,

Vittorio Nobile