

# Relazione di presentazione del Banco Tensore d'Inerzia dell'Università Federico II di Napoli

*Progetto: Renato Brancati, Giandomenico Di Massa, Vincenzo Rosiello, Michele Russo,  
Riccardo Russo*

*Realizzazione: Officine OPUS Follonica (GR)*

*Responsabile di prova: Sergio Savino*

**Napoli, 7 maggio 2008**

## **1 Motivazioni e contesto**

L'approccio moderno alla progettazione di sistemi meccanici evoluti fa sempre più ampio ricorso alla sperimentazione virtuale nella quale un modello del componente da sviluppare viene interfacciato ai modelli dei sottosistemi con i quali, durante il suo reale funzionamento, sarà destinato a interagire.

Si parla quindi di simulazioni "Software In the Loop" (SIL) e "Hardware In the Loop" (HIL) per distinguere i due casi in cui si utilizzano esclusivamente modelli numerici dei vari sottosistemi o, piuttosto, si utilizzino prototipi fisici di alcuni di essi.

Si pensi, ad esempio, alle fasi finali dello sviluppo di una centralina per il controllo della dinamica del veicolo (VDC): un prototipo fisico di centralina dovrà essere interfacciato con un modello virtuale di veicolo per verificarne in simulazione HIL il corretto funzionamento in termini di soglie di attivazione, analisi dei malfunzionamenti ecc. Risulta quindi evidente che tanto più sarà accurato il modello di veicolo tanto maggiore sarà il livello di dettaglio nell'analisi del prototipo e minori saranno gli eventi non previsti durante la fase finale di collaudo a bordo del veicolo vero.

Nasce così l'esigenza di attrezzare i modelli virtuali dei componenti meccanici, quali il veicolo dell'esempio precedente, con valori dei suoi parametri sempre più precisi. Se è possibile quindi, si ricorre alla misurazione diretta dei valori dei parametri, altrimenti, se neanche una misura indiretta è possibile, occorre accontentarsi di stime a calcolo.

Tra i parametri di più complessa misurazione diretta, soprattutto su grossi manufatti, figurano le coordinate del baricentro e le componenti del tensore d'inerzia. Tali parametri sono spesso inseriti nei modelli a valle di calcoli semplificati basati sulle poche misure dirette di facile realizzazione: tipicamente la massa e alcune dimensioni caratteristiche.

La necessità di ricavare con buona precisione i valori dei parametri d'inerzia attraverso prove eseguite direttamente sul manufatto è, pertanto, molto sentita e rappresenta una sfida eccitante per i misuristi meccanici.

Per raccogliere questa sfida, presso il Dipartimento di Ingegneria Meccanica per l'Energetica dell'Università Federico II di Napoli è stato progettato il Banco Tensore d'Inerzia (BTI). Il Banco, realizzato dalle officine OPUS di Follonica (GR) è stato installato presso i laboratori TEST del Centro di Competenza Trasporti della Regione Campania situati in FIREMA Trasporti a Caserta.

A differenza del banco in uso presso il Politecnico di Milano [1] basato sulla pendolazione, libera o forzata, dell'oggetto della misura, il BTI dell'Università Federico II di Napoli impone un moto a una cella di carico alla quale è vincolato il corpo oggetto della misura le cui caratteristiche d'inerzia vengono determinate attraverso la lettura delle forze che attraversano la cella.

In quel che segue verranno illustrate le caratteristiche tecniche del banco, si accennerà, poi al metodo utilizzato per l'identificazione dei parametri d'inerzia e si illustrerà la procedura adottata per la taratura .

## 2 Descrizione del banco

Il BTI può essere schematizzato in quattro elementi principali:

- Struttura meccanica;
- Strumentazione di misura;
- Gruppo di attuazione;
- Computer per il comando e l'acquisizione dati.

La struttura meccanica, figura 1, può essere suddivisa in due sottosistemi: una costituita da un pianale di supporto e l'altra costituita da un telaio portante.

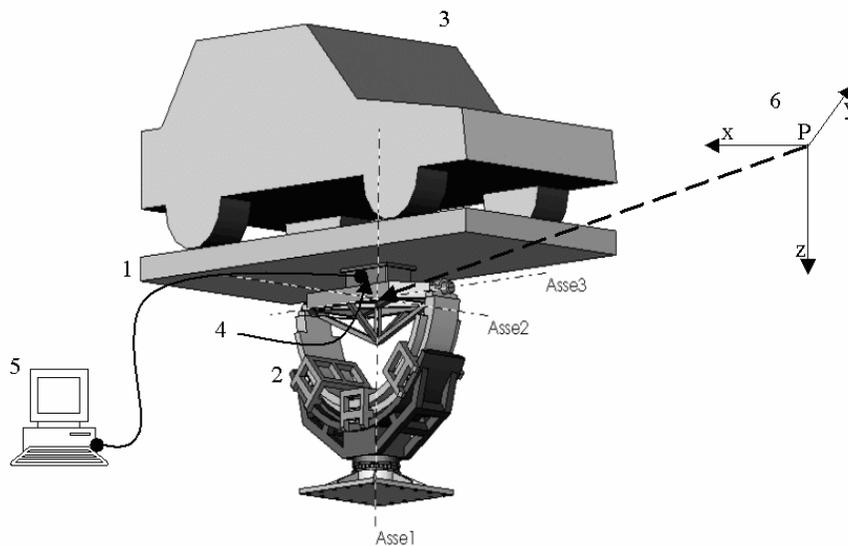
Il pianale di supporto rigido è utilizzato per fissare l'articolo di prova, mentre la struttura portante è composta da tre giunti rotoïdali, con assi concorrenti in un punto, e consente la movimentazione.

Struttura portante e pianale di supporto sono collegati tra loro per mezzo di una cella di carico a sei assi appositamente realizzata dalla AMTI come versione *custom* del modello MC8, attraverso la cella è possibile acquisire le 6 componenti dell'azione, 3 forze e 3 momenti, trasmessa fra i due sottosistemi della struttura.

Oltre alla citata cella di carico completano la strumentazione di misura tre encoder incrementali Rotapuls ed una IMU (inertial measurements unit) Crossbow, basata su tecnologia MEMS, costituita da tre giroscopi e tre accelerometri.

La movimentazione è assicurata da tre azionamenti idraulici realizzati con attuatori cilindrici lineari a doppio effetto e servovalvole a cinque vie e tre posizioni.

Il sistema di comando e acquisizione dati è infine costituito da un personal computer dotato di schede di acquisizione National Instruments e di un software, sviluppato in ambiente NI LabView, che consente la gestione delle prove inviando i comandi alla centralina oleodinamica e alle 3 elettrovalvole per l'esecuzione di moti assegnati e ricevendo i segnali provenienti dalla strumentazione di misura (oltre che dai vari sensori di sicurezza: fine corsa, temperatura e pressione olio, correnti ecc.)



**Figura.1** – Banco per la misura dei parametri d'inerzia – (1) piano di supporto veicolo; (2) telaio portante; (3) Veicolo; (4) cella di carico; (5) sistema acquisizione e comando; (6) Riferimento solido.

Il BTI consente la determinazione dei parametri di inerzia per oggetti di grandi dimensioni quali interi autoveicoli, componenti di carrozze ferroviarie, piccoli velivoli, piccoli natanti. I moti imposti consistono in oscillazioni di ampiezza massima 20° e frequenza fino a 2 Hz

### 3 Teoria di base.

Per poter essere identificati attraverso prove dinamiche i parametri di inerzia devono essere costanti e pertanto l'equazione del moto dell'oggetto va scritta rispetto ad un riferimento,  $Cx_cy_cz_c$ , ad esso solidale. L'origine C di questo sistema di riferimento è il punto di misura della cella di carico che a progetto coincide con l'intersezione dei tre assi di rotazione e pertanto durante il moto risulta fisso. Nella realizzazione costruttiva, tuttavia, il punto C è caratterizzato da un piccolo offset rispetto all'intersezione degli assi di moto, e quindi durante le prove dinamiche è caratterizzato da piccoli valori di accelerazione che comportano la presenza di termini complementari nelle equazioni della dinamica:

$$\{M_C\} = [I_C]\{\dot{\omega}\} + [\omega][I_C]\{\omega\} + m\{r_G\} \times \{\ddot{r}_C\} \quad (1)$$

Dove:  $\{M_C\}$  rappresenta il vettore momento risultante delle forze esterne attive e vincolari rispetto al polo C,  $[I_C]$  tensore d'inerzia del corpo valutato rispetto al riferimento solidale,  $m$  è la massa del corpo,  $\{r_G\} = \{r_x, r_y, r_z\}^T$  è il vettore delle coordinate del baricentro  $G$ ,  $\{\ddot{r}_C\} = \{\ddot{r}_{Cx}, \ddot{r}_{Cy}, \ddot{r}_{Cz}\}^T$  è il vettore accelerazione assoluta di C.

#### 3.1 Determinazione delle coordinate del baricentro

Per il calcolo delle coordinate del baricentro si esegue una serie di prove statiche consistenti nell'inclinare di angoli noti il complesso pianale di supporto-articolo di prova.

In condizioni di equilibrio statico, dato che sul corpo non agiscono forze o momenti esterni, la forza peso genera un momento che risulta bilanciato dall'azione vincolare esplicata dalla cella di carico e l'equazione (1) diventa:

$$M_x = mg[-r_z (\sin\theta \sin\phi) + r_y (\sin\theta \cos\phi)]$$

$$M_y = mg[r_z (\cos\theta) - r_x (\sin\theta \cos\phi)] \quad (2)$$

$$M_z = mg[-r_y (\cos\theta) + r_x (\sin\theta \sin\phi)]$$

Dalla misura degli encoder si risale al valore degli angoli  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  di rollio beccheggio ed imbardata. I valori delle tre componenti del momento vincolare sono letti dalla cella. Nota la massa  $m$  restano incognite le coordinate del baricentro che vengono identificate mediante una procedura ai minimi quadrati. Da tali coordinate, che sono relative al complessivo pianale più misurando (P+M), è agevole pervenire a quelle del solo misurando essendo note quelle del solo pianale.

#### 3.2 Determinazione del tensore d'inerzia

Per il calcolo delle componenti del tensore di inerzia si esegue una serie di prove dinamiche consistenti in oscillazioni armoniche di assegnata ampiezza e frequenza intorno ad uno o più assi di attuazione.

Siccome sul sistema non agiscono forze esterne il termine  $M_C$  dell'equazione 1 contiene le sole reazioni vincolari esplicate dalla cella ed il momento della forza peso.

Il termine  $\omega$  è noto dalla misura diretta della IMU oltre che indirettamente dalle misure degli encoder. Massa e posizione del baricentro sono noti. Infine il termine  $\{\ddot{j}_C\}$  (accelerazione di trascinamento) viene ricavato dall'equilibrio alla traslazione nella quale rappresenta l'unica incognita essendo note le forze vincolari lette dalla cella e la forza peso[2].

Nell'equazione 1 restano pertanto incognite le sole componenti del tensore d'inerzia che possono essere ricavate mediante una tecnica di ottimizzazione ai minimi quadrati applicata alle storia temporale delle misure.

La matrice così ricavata è relativa al complessivo P+M nel riferimento solidale con origine in C. La matrice d'inerzia del solo misurando, nello stesso riferimento, si ottiene per sottrazione del tensore relativo al solo pianale di supporto.

Infine per ricavare il tensore d'inerzia relativo al suo baricentro si applica il teorema del trasporto.

Il baricentro ed il tensore d'inerzia del pianale sono stati determinati applicando la procedura descritta in assenza di oggetto di prova .

#### 4 La procedura di misurazione.

L'oggetto in prova viene preventivamente pesato su bilancia di precisione per valutarne la massa e per verificare che il suo peso sia inferiore al massimo sopportato dal BTI.

La procedura di misurazione ha sempre inizio con una operazione di azzeramento della cella consistente nel sollevare il pianale, separandolo dalla cella stessa, utilizzando quattro martinetti idraulici (figura 2).

Rimontato il pianale si porta il BTI in posizione di *home* (pianale orizzontale) definendo così gli zero encoder.



Fig 3-operazione di azzeramento della cella di carico

L'oggetto della prova viene rigidamente vincolato al pianale. Nel caso di oggetti costituiti da più corpi rigidi è necessario impedirne i moti relativi, ad esempio gli autoveicoli (figura 4) vengono posizionati su quattro martinetti meccanici e le sospensioni vengono caricate con cinghie tensionatrici al fine di impedirne gli scuotimenti.

Vengono in ultimo rilevate le coordinate di alcuni punti caratteristici dell'oggetto nel riferimento solidale.

Si eseguono quindi i test statici e dinamici ed i segnali provenienti dai sensori vengono salvati per essere elaborati successivamente.

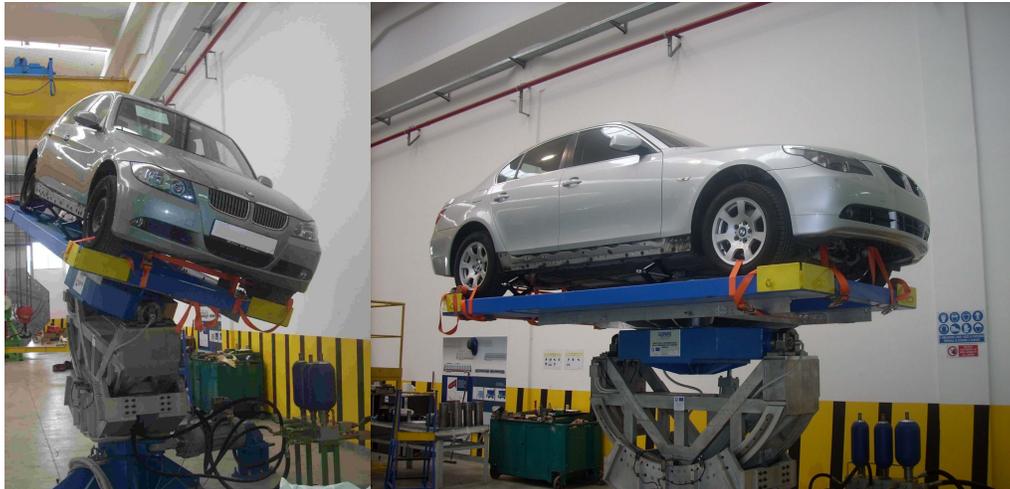


Figura 4 un esempio di ancoraggio di un veicolo

### 5 La procedura di elaborazione dei dati di misura.

Sui segnali relativi alle prove dinamiche viene eseguita una operazione di filtraggio e ricostruzione al fine di escludere il rumore originato da fenomeni legati alla elasticità della struttura e di disporre, nella successiva fase di identificazione, di grandezze facilmente trattabili dal punto di vista analitico.

Dopo aver tagliato i transitori di avvio e di arresto, isolando così la sola parte stazionaria la ricostruzione si basa su un'analisi in frequenza, al fine di individuare le  $n$  componenti armoniche che hanno ampiezza maggiore di una assegnata percentuale dell'ampiezza dell'armonica principale, e che hanno frequenza minore di una massima stabilita. Le ricostruzioni (Figura 5) si effettuano con una procedura di "curve fitting" componendo funzioni di tipo polinomiale ed armonico.

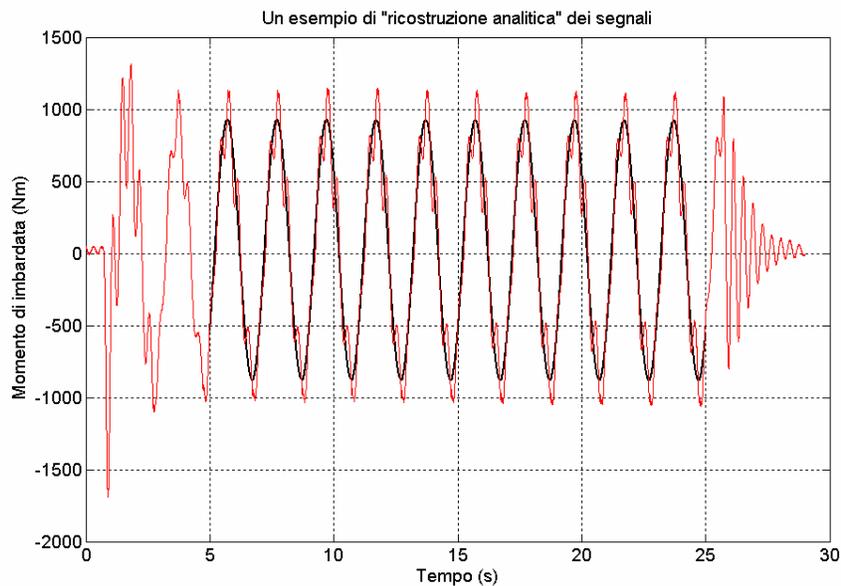


figura 5: una ricostruzione eseguita su uno dei canali della cella di carico

## 6 Taratura.

L'apparecchiatura e la procedura sono stati tarati mediante identificazione dei parametri d'inerzia di una serie di strutture *campione* realizzate combinando opportunamente alcuni elementi di trave doppio T (HEM200 ed HEM300) ottenendo diversi assemblati (figura 6).

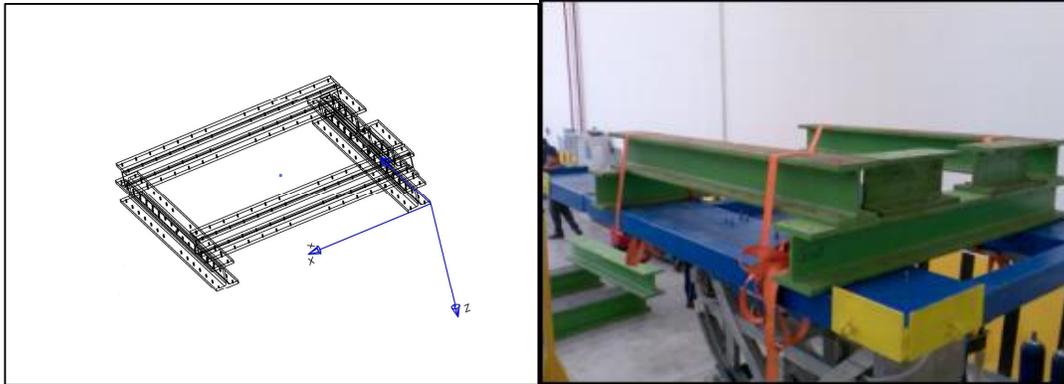


Fig 5- Uno dei *campioni* per la taratura

I vari elementi di trave, dopo essere stati forati in più punti per consentirne i diversi montaggi, sono stati pesati, marcati e riprodotti con modelli CAD. Assemblando opportunamente i vari elementi si realizzano i campioni di taratura. I valori dei parametri d'inerzia dei vari campioni sono desunti a calcolo dal modello CAD del complessivo.

I campioni vengono posizionati sul pianale, vengono misurate le quote di alcuni loro punti caratteristici nel riferimento solidale e si dà inizio alla misurazione secondo la procedura descritta. A fine prova i risultati vengono ricondotti ad un riferimento solidale al campione con origine nel suo baricentro. È così possibile operare il confronto tra i dati identificati e quelli calcolati.

Per quel che riguarda le coordinate del baricentro nel riferimento solidale all'articolo di prova, la taratura evidenzia scostamenti contenuti in un intervallo di  $\pm 1$  cm (Tabella 1).

Campione	Xg (m)		Yg (m)		Zg (m)	
	ingresso	uscita	ingresso	uscita	ingresso	uscita
A	0.85	0.84	0.87	0.88	-0.20	-0.20
B	0.90	0.90	1.00	0.99	-0.23	-0.24
C	0.85	0.84	0.90	0.90	-0.40	-0.41
D	0.88	0.89	0.86	0.86	-0.28	-0.27
E	1.25	1.25	0.86	0.85	-0.34	-0.33

Tabella 1- distribuzione dei valori identificati per le coordinate del baricentro di 5 campioni di prova

Con riferimento ai termini del tensore di inerzia la procedura evidenzia scostamenti relativi rispetto ai valori calcolati contenuti in un intervallo  $\pm 5\%$ , come mostrato nella grafico di figura 7 con riferimento ai termini della diagonale principale dei tensori relativi a 5 campioni.

Essendo lo scostamento assoluto sostanzialmente costante, l'incertezza relativa attinge i valori più elevati per piccoli valori del misurando, tipicamente per i termini fuori diagonale.

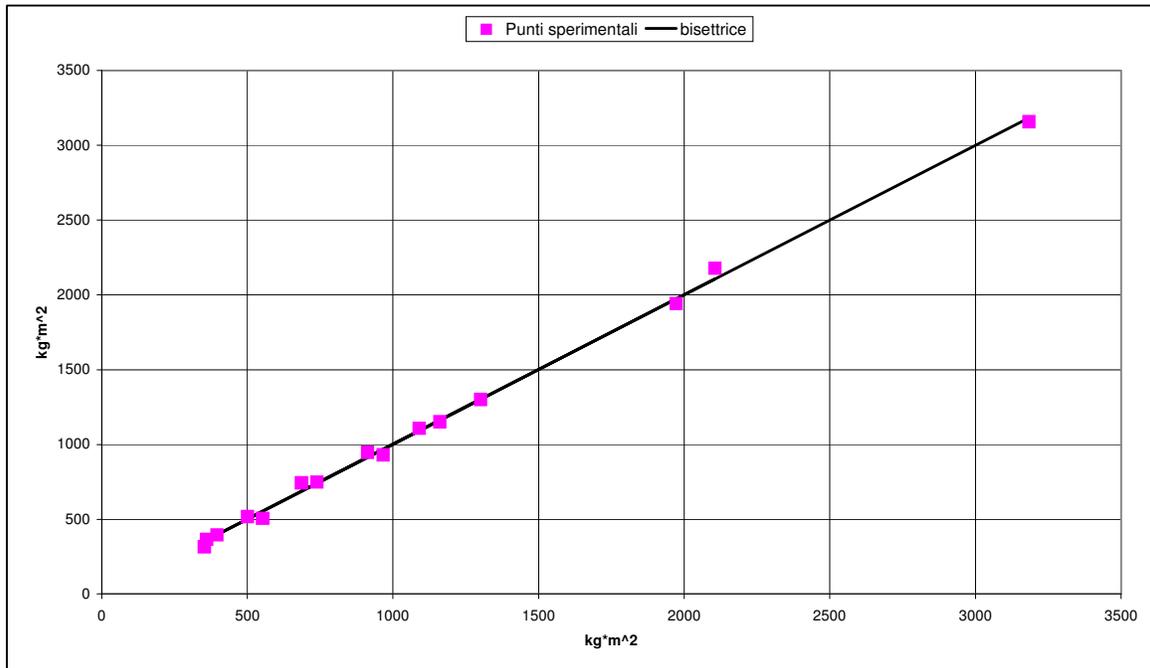


Fig 6- distribuzione dei valori identificati per i momenti principali di inerzia relativi a 5 campioni di prova

## 7 Conclusioni.

Il Banco Tensore d'Inerzia descritto consente la misura delle coordinate del baricentro e delle componenti del tensore d'inerzia di oggetti di grandi dimensioni quali autoveicoli, componenti di carrozze ferroviarie, piccoli velivoli, natanti ecc.

La misurazione è basata sull'applicazione di una tecnica ai minimi quadrati ai dati provenienti da sensori di forza e spostamento che equipaggiano il banco.

Una prima operazione di taratura basata sull'impiego di cinque *campioni* ha evidenziato scostamenti molto contenuti dei risultati dai valori *convenzionalmente veri*.

L'intera procedura di misurazione, regolamentata da un dettagliato protocollo di prova, si esplica nell'arco di una giornata lavorativa, ciò ha consentito, per le prime misure effettuate su cinque diversi modelli di autoveicoli, la restituzione della vettura al trasportatore e l'invio del report di misura al committente nel giro di pochi giorni lavorativi.

Il BTI è oggetto di una domanda di brevetto (N° NA2008A000018)

Per l'attività di laboratorio al BTI sono in corso le procedure per l'implementazione di un Sistema di Gestione per la Qualità certificato secondo la norma internazionale UNI EN ISO 9001:2000 e conformemente ai requisiti stabiliti dalla norma UNI EN ISO/IEC 17025:2005.

## Bibliografia

- 1) DONISELLI, C. GOBBI, M., MASTINU, G.: *Measuring the inertia tensor of vehicles* Vehicle System Dynamics Supplement 35, (2002)
- 2) M. NIEBERGALL, H. HAHN: *Identification of the Ten Inertia Parameters of a Rigid Body* Nonlinear Dynamics 13: 361–372, 1997