

ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

ATTI DEI CONVEGNI LINCEI

200

Convegno internazionale

PIERO SRAFFA

(Roma, 11-12 febbraio 2003)



ROMA
ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI
2004

- FAUCCI R., 1986. *Fra Einaudi e Gramsci: Sraffa e la cultura economica italiana degli anni venti*, in R. BELLOFIORE (a cura di), *Tra teoria economica e grande cultura europea: Piero Sraffa*, Franco Angeli, Milano.
- GALLEGATI M., 1984. *Analisi parziale ed economia pura: l'economia politica marxista in Italia (1885-1925)*, «Annali della Fondazione Luigi Einaudi», Torino.
- KEYNES J. M., 1974. *Politici ed economisti*, Einaudi, Torino.
- MARCHIONATTI M., 2001. *Sraffa and the criticism of Marshall in the 1920s*, in T. COZZI, R. MARCHIONATTI, *Piero Sraffa's Political Economy*, Routledge, London-New York.
- MARSHALL A., 1972. *Principles of economics*, 8th edition, Macmillan, London.
- NALDI N., 2001. *Piero Sraffa's early approach to political economy: from gymnasium to the beginning of his academic career*, in T. COZZI, R. MARCHIONATTI, *Piero Sraffa's Political Economy*, Routledge, London-New York.
- OPOCHER A., 2003. "Interrelated prices" and Sraffa's critique of partial equilibrium, «European Journal for the History of Economic Thought», 10: 479-496.
- PASINETTI L., 1985. *In memoria di Piero Sraffa: economista italiano a Cambridge*, «Economia Politica» II: 315-332.
- PICOU A., 1928. *The Laws of diminishing and increasing cost*, «Economic Journal» XXXVII: 188-197.
- ROBBINS L., 1928. *The Representative Firm*, «Economic Journal» XXXVIII: 387-404.
- ROBBINS L., 1971. *Autobiography of an economist*, Macmillan, London.
- ROBERTSON D., 1930. *The trees in the forest*, «Economic Journal» XL: 80-89.
- ROBINSON A., 1977. *Keynes and his Cambridge colleagues*, in D. PATinkin, J.C. LEITH (eds.), *Keynes, Cambridge and the General Theory*, Macmillan, London.
- ROBINSON A., 1990. *Cambridge economics in the post-Marshallian period*, in R. WILLIAMS TURLBERG (a cura di), *Alfred Marshall in retrospect*, Elgar, London.
- SALANTI A., SIGNORINO R., 2001. *From the 1925-6 articles to the 1960 book: some notes on Sraffa's not so implicit methodology*, in T. Cozzi, R. MARCHIONATTI, *Piero Sraffa's Political Economy*, Routledge, London-New York.
- SHOVE G., 1930. *The representative firm and increasing returns*, «Economic Journal» XL: 94-116.
- SHOVE G., 1942. *The place of Marshall's Principles in the Development of Economic Theory*, «Economic Journal» LII: 294-329.
- SIGNORINO R., 2000. *Method and analysis in Piero Sraffa's critique of Marshallian economics*, «European Journal of Economic Thought» 7: 569-594.
- SRAFFA P., 1925. *Sulle relazioni fra costo e quantità prodotta*, «Annali di Economia» II: 277-328; rist. in P. SRAFFA, *Saggi*, Il Mulino, Bologna.
- SRAFFA P., 1926. *The Laws of returns under Competitive Conditions*, «Economic Journal» XXXVI: 535-550.
- SRAFFA P., 1930. *Increasing Returns and the Representative Firm. A Symposium*, «Economic Journal» XL: 89-93.

GIANCARLO DE VIVO ⁽¹⁾

DA RICARDO E MARX
A PRODUZIONE DI MERCI A MEZZO DI MERCI

In questa relazione cercherò di dar conto del percorso seguito da Sraffa per arrivare alla formulazione delle proposizioni contenute nella prima parte di *Produzione di Merci a Mezzo di Merci* (PMMM). In un certo senso, e andando contro la cronologia, questo lavoro dovrebbe intitolarsi «Da Marx e Ricardo a PMMM», con Marx invece di Ricardo al primo posto, perché a me sembra si possa dire con ragionevole certezza che il punto di partenza della ricerca di Sraffa sia stato Marx piuttosto che Ricardo. Ricardo venne in un secondo momento, ad un punto cruciale, ma relativamente tardo. Devo immediatamente aggiungere che ciò che segue, basato essenzialmente su uno studio del vasto archivio di manoscritti di Sraffa lasciati al *Trinity* (la «massa di vecchie note» di cui parla Sraffa nella Prefazione al libro), va sempre preso come qualcosa di provvisorio e soggetto a revisione: come ho già avuto occasione di notare, un lavoro come questo deve necessariamente essere come il mettere insieme un rompicapo, con in più la difficoltà che buona parte dei pezzi si devono necessariamente lasciar fuori. Anche prescindendo da possibili errori di interpretazione, non si può escludere che usando pezzi differenti si dia una ricostruzione completamente o parzialmente diversa da quella che darò io. Comunque, mi sento ragionevolmente sicuro nell'affermare che il punto di partenza delle «equazioni» di Sraffa sia stato Marx, e in particolare (e sorprendentemente) non il Marx del terzo volume de *Il Capitale* (quello della «trasformazione dei valori in prezzi di produzione»), ma il Marx del secondo volume, quello degli schemi di riproduzione. È molto probabile che Sraffa sia

(1) Vorrei ringraziare Luigi Pasinetti, Marco Piccioni e Massimo Pivetti per aver discusso con me questo lavoro, e per avermi fornito utili critiche e suggerimenti. I riferimenti alle carte di Sraffa saranno qui dati secondo la catalogazione fattane da Jonathan Smith per il *Trinity College*, dove esse sono conservate.

stato portato al secondo volume de *Il Capitale* dallo studio delle *Teorie sul Plusvalore* di Marx, o *Histoire*, come Sraffa normalmente chiamava questo testo (dal titolo datone nella traduzione francese: *Histoire des Doctrines Economiques*⁽²⁾), studio che quasi certamente Sraffa intraprese al momento in cui dovette iniziare a preparare il corso sulla teoria del valore che avrebbe dovuto dare a Cambridge nel 1927-8. L'*Histoire* infatti nella parte sui Fisiocratici (cui certamente Sraffa era molto interessato, specie in questa prima fase) in parte riproduce testi presi dal secondo volume de *Il Capitale*, ed a questo volume esplicitamente rinvia. Comunque ci sia arrivato, a me pare non ci possano essere dubbi sul fatto che i documenti univocamente indichino gli schemi di riproduzione di Marx come il punto di partenza delle "equazioni" di PMMM. Mi concentrerò qui non sulla genesi delle equazioni del sistema di Sraffa, ma sullo studio delle proprietà di tale sistema, che Sraffa effettuò essenzialmente nella prima metà degli anni Quaranta. Della sua genesi, e della sua derivazione dagli schemi di riproduzione di Marx, ho discusso nella mia relazione al convegno per il centenario della nascita di Sraffa organizzato dall'Istituto Gramsci nel 1998⁽³⁾, e ad essa posso rinviare, oltre che alla relazione di Giorgio Gilbert in questo stesso volume.

Il lavoro di Sraffa sulle sue equazioni si svolse essenzialmente in tre tornate di tempo. Inizio nella seconda metà degli anni Venti (1927-1928), ed andò avanti fino agli inizi degli anni Trenta: non mi sembra ci sia alcun documento significativo degli anni Trenta con data successiva al 1931, o forse 1932⁽⁴⁾. Dall'inizio degli anni Trenta si salta all'inizio degli anni Quaranta, e troviamo una grande quantità di documenti, di notevole importanza, datati principalmente 1941-1945. Poi si salta di nuovo alla metà degli anni Cinquanta, e c'è molto materiale datato 1955-1958. Quello che Sraffa considerò il tocco finale fu dato mercoledì 29 gennaio 1958⁽⁵⁾. Come già detto, tratterò qui essenzialmente degli sviluppi avvenuti negli anni Quaranta, che mi sembrano il periodo cruciale per quel

⁽²⁾ Le *Teorie sul Plusvalore*, come è noto, sono considerate il quarto volume de *Il Capitale*.

⁽³⁾ G. DE VIVO, Produzione di Merce a Mezzo di Merce: note sul percorso intellettuale di Sraffa, in M. PIVETTI (a cura di), *Piero Sraffa. Contributi per una biografia intellettuale*, Carocci, Roma 2000, pp. 271 sgg.

⁽⁴⁾ Comunque, bisogna tener presente che Sraffa divenne col tempo più meticoloso nel datare le carte, in particolare dagli anni Quaranta in poi, e perciò carte degli anni Trenta potrebbero essere tra le carte non datate che si ritengono in genere attribuibili agli anni Venti (ma mi sembra che ciò sia improbabile).

⁽⁵⁾ Vedi DE VIVO, *op. cit.*, p. 267.

che riguarda i risultati ottenuti. È in questo periodo che si cerca un rapporto di collaborazione sui problemi relativi alle equazioni tra Sraffa e il matematico di origine russa Abram S. Besicovitch (1891-1970), anch'egli come Sraffa insegnante al *Trinity College* di Cambridge⁽⁶⁾, che avrà un ruolo importante nel percorso che cercherò qui di illustrare.

Verso la fine degli anni Venti Sraffa arriva a formulare essenzialmente due tipi di sistemi di equazioni, esprimenti la condizione di uguaglianza prezzo-costo per merci prodotte a mezzo di merci (cioè, direttamente o indirettamente, a mezzo di se stesse). Quelle che Sraffa chiama «Prime Equazioni» esprimono le condizioni che nel libro si ritrovano nel I capitolo, cioè un sistema in cui non si produce sovrappiù. Per un caso semplicissimo, di produzione di due sole merci, grano e ferro, con grano e ferro, e lavoro, si può scrivere, in una notazione ovvia

$$\begin{aligned} G_g + F_g + L_g &\rightarrow G \\ G_r + F_r + L_r &\rightarrow F \end{aligned}$$

Dove non si produce nulla più di quello che si impiega nella produzione (cioè $G_g + G_r = G$, e $F_g + F_r = F$). Nelle quantità di merci impiegate si possono considerare comprese anche le quantità di merci consumate dai lavoratori che operano tale riproduzione: equazioni di "riproduzione". Le equazioni di uguaglianza prezzo-costo per una tale economia saranno

$$\begin{aligned} p_g G_g + p_r F_g &= p_g G \\ p_g G_r + p_r F_r &= p_r F \end{aligned}$$

Quando si ammetta che il sistema produca più di quello che impiega nella produzione (cioè la somma $G_g + G_r < G$, e $F_g + F_r < F$) le condizioni di uguaglianza costo-prezzo si complicano, perché ci sarà un sovrappiù da distribuire tra i diversi rami della produzione, distribuzione che si assume fatta in (uniforme) proporzione al valore del capitale (cioè delle merci impiegate come mezzi di produzione) di ciascun settore:

$$\begin{aligned} (p_g G_g + p_r F_g) (1 + r) &= p_g G \\ (p_g G_r + p_r F_r) (1 + r) &= p_r F \end{aligned}$$

⁽⁶⁾ Besicovitch arrivò a Cambridge nel 1928, e divenne *Fellow* di *Trinity* nel 1930. Sraffa passò da *King's* a *Trinity* nel 1939. È improbabile che i due abbiano avuto contatti significativi prima di questa seconda data.

⁽⁷⁾ D3/12/9/11.

Queste sono quelle che Sraffa chiama "Seconde Equazioni". In un momento successivo, probabilmente solo negli anni Quaranta, Sraffa arriva a scrivere le "Terze Equazioni", esplicitando la quantità di lavoro impiegata nelle due produzioni, ed il salario ad esso pagato, come segue:

$$\begin{aligned} (p_g G_g + p_l F_g)(1+r) + w L_g &= p_g G \\ (p_g G_f + p_l F_f)(1+r) + w L_f &= p_f F \end{aligned}$$

Il problema principale di Sraffa sarà quello di studiare le proprietà di sistemi di questo tipo, in particolare l'analisi delle caratteristiche della relazione tra w e r (ed i prezzi). Per quanto elementare questo problema possa forse apparire a un non economista (specie ad un matematico)⁽⁸⁾ la sua soluzione è una questione centrale della teoria economica da due secoli; le risposte che ad esso erano state date erano notevolmente diverse, e tutte lasciavano in qualche misura a desiderare; ed è da alcune delle caratteristiche di questa relazione poste in luce da Sraffa che derivò un terremoto nella teoria economica.

Lo studio delle "prime equazioni" (senza sovrappiù) poneva problemi relativamente semplici, come Sraffa subito nota: si trattava di un sistema di $k-1$ equazioni lineari omogenee indipendenti (se si producono k merci), in $k-1$ incognite (i prezzi relativi), per il quale esiste in generale una soluzione.

Anche se nelle carte degli anni Venti non vi è dimostrazione esplicita che le radici fossero tutte positive (e anzi mi sembra che questo problema non sia neanche menzionato) si può pensare che Sraffa vedesse che in questo caso, in cui non ci sono profitti, i prezzi sono eguali ai "valori" di Marx — le quantità di lavoro "incorporato" in ciascuna merce, quantità che naturalmente sono tutte positive⁽⁹⁾. La via attraverso la quale Sraffa arrivò a vedere questo punto fu quasi certamente quella dell'eguaglianza tra lavoro comandato e lavoro incorporato, quando non ci sono profitti⁽¹⁰⁾.

(8) Data la collaborazione tra Sraffa e Besicovitch nel lavoro sulle sue equazioni, mi sembra interessante notare quanto affermato in uno schizzo biografico del matematico russo: «Besicovitch loved problems particularly those which could be stated in elementary terms but which proved resistant to attack» (J. O'CONNOR, E. F. ROBERTSON, *Abram Samoilovitch Besicovitch: website*, School of Mathematics and Statistics, University of St. Andrews, Scotland).

(9) Limitandosi all'ipotesi di sole produzioni singole, senza capitale fisso.

(10) «The Q[quantity], of L[labour], contained in each article is equal, in these circumstances [no surplus], to the Q. of L. which the article can buy, & so it is found immediately ... values ... in this case & in this case only, [are] proportional to Q. of L.» (D3/12/16/13/2-3; documento dell'agosto 1942).

Problemi più complessi sorgevano quando nelle equazioni si introduceva il profitto: le "Seconde equazioni" e le "Terze equazioni". Da un punto di vista generale, il problema di determinare (dato il salario) i prezzi e il saggio di profitto si presentava come un problema che ammetteva fino a k insiemi di soluzioni (se k è il numero di merci prodotte). Sraffa ripete varie volte che guardando al sistema di equazioni di prezzo formulate nella sua veste generale non si vedeva alcun motivo perché non ci fosse molteplicità di soluzioni; tanto meno si vedeva perché esse avrebbero dovuto essere economicamente significative (non minori di zero). Bisognava cercare di rappresentare il problema da un angolo diverso, trovando un modo di guardare ad esso che permettesse di far vedere quello che era nascosto dalla sua facciata, che certamente così com'era non lasciava trasparire alcuna proprietà interessante per Sraffa. Il punto era proprio quello di dare "trasparenza" al sistema.

Bisogna dire che fino ad un certo momento (direi almeno fino all'inizio degli anni Quaranta, quando Sraffa riprende il lavoro dopo un'interruzione decennale dedicata essenzialmente a Ricardo) non è del tutto chiaro né se Sraffa pensasse che il problema si potesse risolvere, cioè avesse una soluzione accettabile, né, nel caso lo pensasse, su quale base lo pensasse. Di certo c'è però un documento (datato 26 giugno 1928) in cui Sraffa, apparentemente sintetizzando una conversazione con Frank Ramsey, scrive che per equazioni con sovrappiù si possono trovare soluzioni per un sistema con un numero di equazioni fino a 4, che probabilmente si possono trovare soluzioni approssimate per sistemi con qualsiasi numero di equazioni, e che probabilmente si poteva anche dimostrare che in caso vi sia più di una soluzione *una sola* è significativa⁽¹¹⁾. È ignoto su che base Ramsey abbia potuto dire questo, ad uno stadio così preliminare, quando forse era addirittura la prima volta (certamente una delle prime) che Sraffa gli mostrava le sue "equazioni" (così come in quel periodo fece anche con Keynes, e con altri colleghi di Cambridge). Possiamo però notare che Ramsey, oltre ad essere un matematico, era anche in non piccola misura un economista, nel senso che era genuinamente interessato e si occupava molto di problemi economici⁽¹²⁾. Non solo pubblicò i due famosi articoli sulla tassazione e sul risparmio,

(11) D3/12/02/28.

(12) Secondo l'*Obituary* di Ramsey scritto da Keynes, l'interesse di Ramsey per l'economia fu molto precoce (fin dai sedici anni, probabilmente); J. M. KEYNES, *Frank Plumpton Ramsey*, originariamente pubblicato nell'*Economic Journal* del marzo 1930, e ristampato in *The Collected Writings of John Maynard Keynes*, vol. X, *Essays in Biography*, Macmillan, London 1972, pp. 335 sgg.

che sono ormai dei classici di economia matematica, ma anche uno (as-sai spesso dimenticato⁽¹³⁾) sulla teoria del sottoconsumo del Maggiore Douglas⁽¹⁴⁾ (un argomento assai più da economista che da matematico, cui si interessò più tardi anche Sraffa); e scrisse perfino un saggio (non pubblicato, ma conservato nelle sue carte) sulla rivoluzione industriale. Si potrebbe essere tentati di dire che il problema di Sraffa potesse forse essere più facile per un economista che per un matematico. Sia come sia, è certo assai plausibile che Ramsey abbia dato a Sraffa qualche ragione per la sua affermazione, e che Sraffa magari ne abbia fatto tesoro nel cercare il grimaldello per "aprire" i suoi sistemi di equazioni, così come è molto plausibile che la posizione di Ramsey lo abbia per così dire confortato nella lunga ricerca di una soluzione.

S'è detto che il problema di Sraffa era quello di costruire una relazione coerente salario-profitto-prezzi; i prezzi entrano in questa relazione come un elemento di disturbo: è essenzialmente per via della dipendenza dei prezzi dai movimenti di w e r che la relazione tra w e r non può in generale essere una semplice relazione lineare. Lo studio di come la "torta" del prodotto si divide nelle fette distribuite ai "fattori" è complicato dal fatto che al variare di queste fette varia il *valore* della torta da ripartire.

Sraffa aveva davanti a sé le due soluzioni date da Ricardo, e la soluzione di Marx: si rendeva conto che non erano pienamente soddisfacenti, ma certamente vedeva che c'era una linea di sviluppo, e che essa era caratterizzata dal tentativo (fatto in vari modi, ciascuno con le sue difficoltà) di tagliare fuori dal problema i prezzi. E in effetti un punto che mi pare emerge con chiarezza dai tentativi di Sraffa di rendere "trattabile" il suo problema è che egli molto spesso mira a trovare un qualche modo di ridurre il problema a linearità, cioè in sostanza ad eliminare i prezzi⁽¹⁵⁾, anche se questo a volte lo portò a fare errori, di cui parlerò,

(13) È curioso che se ne dimentichi anche Keynes, che poi qualche anno dopo mostrerà interesse alle idee del Maggiore Douglas.

(14) *The Douglas proposals*, originariamente pubblicato in *The Cambridge Magazine* del gennaio 1922 (ripubblicato insieme agli altri due articoli economici di Ramsey in W.J. BAUMOL, S.M. GOLDFELD (eds.), *Precursors in Mathematical Economics: An Anthology*, The London School of Economics and Political Science, London 1968).

(15) L'eliminazione dei prezzi dalla relazione salario-profitto ottenuta quando si riteva ad esprimere il saggio di profitto come rapporto tra quantità fisicamente omogenee (come nel caso del "grano" di Ricardo o del "Sistema Tipo" di Sraffa, di cui si dirà in seguito) comporta una relazione salario-profitto lineare solo se i salari sono pagati posticipatamente. Se i salari sono anticipati, nonostante i prezzi siano "tagliati fuori" dalla relazione, questa non è lineare, ma è un'iperbole, come mostrato da Pasinetti (*Lezioni di teoria della produzione*, Il Mulino, Bologna 1975, p. 161).

il metodo alla fine diede frutto. Tra l'altro forse un "indizio" che la via potesse essere questa veniva a Sraffa dal fatto che, se si considerava il saggio di profitto piuttosto che il saggio di salario come la variabile indipendente, il sistema di equazioni diventava lineare.

Quella che fu forse la prima scoriatoia individuata da Sraffa fu quasi certamente suggerita da Ricardo. Negli appunti del 1942 ha un posto di rilievo quella che Sraffa chiamerà poi (nell'Introduzione a Ricardo del 1951) la "corn-ratio theory of profits", cioè la determinazione del saggio di profitto come rapporto tra due quantità fisiche della stessa merce (grano-grano in Ricardo)⁽¹⁶⁾. Si veda il documento del 16 febbraio 1942, intitolato "Equations with profits Ricardo's case", dove Sraffa scrive:

If, in the production of corn, the only article used is corn... then the equation for the corn industry, by itself, determines the rate of profits for all industries. This rate is, in this case, independent of the values.

This is a result of the same commodity, alone, appearing on both sides of the corn equation, so that the rate of profits can be immediately calculated, independently of the other equations. Another condition, of course, is that corn should be used in the production of all other commodities.

Vedendo subito un problema importante, Sraffa aggiunge:

N.B. What are the limits within which the above case is possible without making the system of equations contradictory?⁽¹⁷⁾

È possibile che Sraffa abbia già a questo punto intravisto la possibilità di generalizzare la soluzione grano-grano per determinare il saggio di profitto (quello che poi farà in PMMM con la Merce Tipo): infatti troviamo un documento di mano di Besicovitch proprio di questo periodo (settembre 1942, forse il primo documento di mano di Besicovitch, certamente uno dei primi⁽¹⁸⁾) nel quale si dimostra che il sistema di produzione si può "trasformare" in (cioè rappresentare come) un sistema in cui si producono k merci composite, ciascuna prodotta solo con se stessa (cioè con una combinazione di merci prese nelle stesse proporzioni in cui essa è composta) e lavoro. Crucialmente, però, Besicovitch

(16) È noto che nella *Nota sulle fonti* nell'appendice di PMMM Sraffa non cita Ricardo, ma Marx, come la fonte dell'idea del massimo saggio di profitto. Su questo problema, si veda DE VIVO, *op. cit.*, p. 284n.

(17) D3/12/16/39.

(18) Vari elementi mi fanno pensare che questa dimostrazione di Besicovitch sia stata probabilmente elaborata su diretta richiesta di Sraffa, piuttosto che su iniziativa dello stesso Besicovitch, come sarà invece probabilmente il caso dell'esempio formulato da Besicovitch, di cui si parlerà in seguito (e che viene qui riportato in appendice).

fa notare che «some of the simple commodities may enter into the compound commodities as *negative quantities*»⁽¹⁹⁾. Questo probabilmente sbarrò a Sraffa per il momento la scorciatoia suggerita da Ricardo⁽²⁰⁾. In effetti, a volte «Besicovitch's compound commodities» vengono menzionate da Sraffa come un ostacolo⁽²¹⁾.

Ma dall'idea di Ricardo grano-grano venne indirettamente a Sraffa anche il suggerimento di un'altra via per arrivare a trovare una soluzione. Sraffa infatti nota che nel caso una merce sia prodotta solo con se stessa (oltre a lavoro) si vede subito che anche se il salario pagato ai lavoratori fosse nullo (se i lavoratori «potessero vivere d'aria», come dice Marx in un passo poi citato da Sraffa nella *Appendice sulle Fonti di PMMM*) il saggio del profitto non crescerebbe indefinitamente, ma avrebbe un massimo: se ad esempio con 10 unità di grano (oltre a lavoro) si producessero 15 unità di grano, con salario nullo (e quindi tutto il sovrappiù distribuito come profitti) il saggio del profitto sarebbe il 50% — al di sopra non potrebbe andare. Sraffa nota anche che il limite massimo al saggio di profitto, essendo la produzione circolare, ci sarà sempre, anche quando non si verifica il caso speciale di una merce prodotta esclusivamente con se stessa (grano-grano), perché comunque le merci si producono (direttamente o indirettamente) con se stesse:

a) in some industries the product itself ("seed") appears among the materials used up. The ratio of the amount of it used in its own production to the amount produced sets a maximum limit to the rate of profits. That, among such industries, which has the lowest maximum sets the *maximum limit* of the rate for all industries

b) If in one industry (e.g. wheat) its own product is used as the only material, the ratio of material to product gives directly the rate of interest; and if this product is used in each of the other industries as material, the rate of profits of the wheat industry *determines* the rate of all others. Note: it is implicit in the conditions that there can be only *one* such industry [Note: this is

(19) D3/12/14-15.

(20) Le citazioni fatte nel testo mostrano che senza dubbio già all'inizio del 1942 Sraffa aveva chiara in mente la "corn-ratio theory" di Ricardo. Come è noto, la nota sulle fonti di PMMM afferma che «solo quando... il concetto di "sistema tipo" e la distinzione fra prodotti base e prodotti non-base avevano preso forma, la suddetta interpretazione ["corn-ratio"] si presentò come conseguenza naturale» (p. 122). Dato che, come si mostrerà in seguito, la «merce tipo» fu concepita non prima del 1944, sembrerebbe che la ricostruzione *a posteriori* dello sviluppo del suo pensiero (fatta da Sraffa alla fine degli anni Cinquanta) sia contraddetta dalle sue carte. Una discussione di questo punto è però fuori dall'ambito del presente lavoro.

(21) Si veda per esempio il documento D3/12/36/81, datato 1 febbraio 1944, cioè di quasi due anni successivo alla dimostrazione di Besicovitch sulle "compound commodities".

Ricardo's case] (a and b are in general compatible). There is a contradiction between a and b if the maximum set for (by) "other" industries is lower than the rate determined in the "wheat" industry⁽²²⁾

8.7.1942

Sraffa naturalmente nota anche che (per definizione) il massimo saggio di profitto (che in genere chiamerà R) è eguale al rapporto tra il valore del prodotto ed il valore del capitale:

r has a maximum for society, that is ratio of total product to capital⁽²³⁾
5.8.1942

Più o meno allo stesso tempo, Sraffa inizia a scrivere della "ipotesi" o della necessità, che il rapporto tra il valore del prodotto ed il valore del capitale costante (cioè il capitale diverso dai salari) non cambi quando la distribuzione cambia. Per molto tempo il fatto che Sraffa facesse questa "ipotesi" mi è sembrato inspiegabile, giudicata dal punto di vista dei *risultati* di PMMM: sembrava una delle ipotesi più lontane da Sraffa che si potessero immaginare⁽²⁴⁾. Ancora più strano mi sembrava il fatto che nei documenti in cui essa riappare molte volte (tanto che Sraffa inizia a chiamarla "My Hypothesis", o "The Hypothesis") Sraffa non sembra prenderla come un'ipotesi provvisoria, ma cerca di argomentare in vari modi che questa costanza, o meglio le condizioni per la sua validità, potrebbero essere in generale verificate.

Se l'"ipotesi" fosse stata valida, Sraffa riteneva di poter procedere in questo modo: porre $r = 0$ e determinare i prezzi (che sarebbero pari al lavoro incorporato). Valutando prodotto e capitale a questi prezzi (perché per l'"ipotesi" il rapporto tra il valore del prodotto ed il valore del capitale era lo stesso qualunque fosse il livello di r) determinare poi il "vero" saggio di profitto. Utilizzando questo "vero" saggio di profitto determinare i "veri" prezzi. In sostanza quello che Sraffa pensava di poter fare con l'"ipotesi" era quello che aveva fatto Marx nella sua "trasformazione dei valori in prezzi": determinare il saggio del profitto con prezzi dati (pari al lavoro incorporato, cioè i prezzi determinati per

(22) D3/12/16/37. Le parentesi quadre sono di Sraffa (molto probabilmente la frase è stata inserita in un secondo momento).

(23) D3/12/16/9.

(24) Sull'importanza (e la difficoltà) dello studiare le carte di Sraffa astraeando dai risultati a cui il suo lavoro lo ha in seguito portato ha richiamato giustamente l'attenzione Luigi Pasinetti (*Continuity and change in Sraffa's thought*, in T. Cozzi, R. MARCHIONATI (a cura di), *Piero Sraffa's Political Economy. A Centenary Estimate*, Routledge, London 2001, pp. 142-143).

$r = 0$), e usare questo saggio di profitto per determinare i prezzi "veri". La validità dell'ipotesi avrebbe implicato che questo non fosse un procedimento arbitrario⁽²⁷⁾. E Sraffa infatti a questo punto pensa e scrive (contenuto) di aver riabilitato "Old Moor"⁽²⁸⁾.

Comunque, piuttosto presto (nello stesso mese di agosto 1942, o poco dopo) Sraffa sembra accorgersi che il suo "modello" non funzionava. In effetti, troviamo che egli scrive di un «Disastro del modello», chiaramente in riferimento ai problemi derivanti dalla assunta costanza del valore del capitale in rapporto al prodotto. Sraffa cerca di trovare una soluzione al "Disastro"⁽²⁷⁾, e procede per così dire su una doppia linea, discutendo i problemi sia per il caso che la "ipotesi" sia verificata, sia per il caso contrario. Mi sembra interessante notare che ciò che c'era di disastroso, nella perdita dell'ipotesi, era per Sraffa proprio la perdita della linearità della relazione $w \cdot r$. Ed è anche interessante notare quello che scrive, sul come procedere dopo il "disastro"⁽²⁸⁾:

The non-linearity of wr in cases where our hypothesis fails even if only a little⁽²⁹⁾ must be studied: It now seems disastrous. But it may contain just the remedy wanted to re-establish, in effect, our hypothesis & the whole theory⁽³⁰⁾.

(27) «Suppose that we want to find out what are the prices (ps) and the rate of profits when wages are, e.g., $1/3$ of the total commodities available for consumption ($v+s$). We can, in the equations give any arbitrary value to r & it happens to be convenient, for simplicity of calculation, to make $r = 0$. Wages will be equal to 1, or the total available for consumption. The equations will now be linear, & we get readily the values of the ps : these are purely arbitrary values, but they are as good as any others to estimate the relative value of raw materials etc. (constant capital) and consumption commodities; they are also good to estimate the total value of wages (which we know only as a collection of commodities) when they are $1/3$ of the available total, and of the $2/3$ that go to profits. Having the values of the three quantities C , V and S , we have immediately that $r = s/(c+v)$. This is no longer an arbitrary value, but the true r which we want. We can now replace r by its known value in the equations, & find all values of the ps : these too are the true values & and no longer arbitrary ones» (D3/12/19/iii, del 31 agosto 1942; per un altro esempio di questo modo di ragionare, si veda il documento D3/12/21/61, non datato, ma contenuto in un fascicolo datato settembre 1942).

(28) Si veda il documento D3/12/16/17-8, datato 21 agosto 1942. Come è noto "Moor" (o "Mohr", in tedesco) è il nome con cui in famiglia chiamavano Karl Marx.

(29) Per esempio scrive: «1) Circ[olar]ante]. Vedere se *da solo*, col suo prodotto, rimane costante in termini del prodotto» (D3/12/20/5; in fascicolo datato "August 1942").

(30) Mi sembra utile ricordare anche che nel documento D3/12/38/02 (non datato, contenuto in un fascicolo datato da Sraffa "July-September 44", ma presumibilmente di data anteriore a questa) troviamo Sraffa che in un momento di scoraggiamento di fronte alle difficoltà dell'"ipotesi", chiaramente ritornando a quello che Ramsey gli aveva detto nel 1928, pensa di abbandonare la ricerca di linearità, e scrive: «Since equations of any degree can be solved, is the Assumption necessary for solution? Cannot it be done by Reduction?».

(30) Le ultime cinque parole sono state inserite in seguito.
(30) Documento D3/12/33/64, datato 30 marzo 1943.

Vedremo che questo in un certo senso è ciò che fece, ed il metodo si rivelò efficace.

L'idea dell'"ipotesi", che il rapporto tra il valore del prodotto e quello dei mezzi di produzione non variasse con il variare della distribuzione, derivava dalla considerazione del fatto che nel sistema vi è un massimo saggio di profitto: poiché questo massimo saggio di profitto non cambiava al variare della distribuzione, e dato che esso è uguale al rapporto tra il valore del prodotto netto e il valore dei mezzi di produzione, il rapporto tra questi due valori dovrebbe essere anch'esso invariante rispetto alla distribuzione. Questa è la deduzione che Sraffa faceva a questo stadio. La deduzione era sbagliata, ma, vedremo più avanti, l'errore fu fecondo.

Sulla base dell'"ipotesi" Sraffa fa alcune considerazioni intorno al suo sistema:

We add up all the n equations and obtain a general equation

$$(A_1 + A_2 + \dots + A_n + p_1 B_1 + \dots + p_n B_n)(1+r) + wL_1 + wL_2 + \dots + wL_n(1+r) = A_1 + p_1 B_1 + \dots + p_n B_n$$

We know that the value of the aggregate of commodities within the first bracket (constant capital) bears a constant ratio to the value of the commodities on the right hand side (social product); constant, that is to say, in relation to the variations of the particular prices as wages and profits change.

We can therefore replace both aggregates with two quantities of an imaginary composite commodity, made up of the same commodities in the same proportions as the social product: we shall call it the Average Commodity [or General?] and denote it by the letter C . The quantity of C used in production (C_c) will have the same ratio to the quantity produced (C_p) as the value of the aggregate of commodities composing social constant capital has to the value of the aggregate composing the social product. And the quantity of labour used will be equal to the total quantity of labour. We thus get the general equation

$$(C_c + wL_c)(1+r) = C_p$$

prices P_1, P_2, \dots, P_n as well as wages are now expressed in terms of the average commodity C .

e naturalmente nota che da questa "general equation" si ricava che

the maximum to which r can rise (i.e., when $w=0$) is

$$r_{\max} = \frac{C_p - C_c}{C_c} = \frac{C_p}{C_c} - 1$$

therefore

$$(1 + r_{\max}) = \frac{C_t}{C_c}$$

7.10.1942⁽⁵¹⁾.

Gli stessi concetti sono ripetuti molte volte in altri documenti dello stesso periodo. In un documento sempre dell'ottobre 1942 Sraffa arriva anche a vedere chiaramente che supporter (come stava facendo) che il rapporto tra il valore del prodotto e il valore del capitale costante non vari al variare della distribuzione, equivaleva ad assumere che essi siano la stessa merce. Questo lo porta qualche mese dopo a fare le seguenti considerazioni: poiché

$$C_t = (C_c + Lw)(1 + r) \quad [1]$$

$$C_t = C_c(1 + R) \quad [2]^{(52)}$$

$$C_t = C_c + L \quad [3]^{(53)}$$

Si può scrivere (per le [2]-[3])

$$L = C_c R$$

$$C_c = L/R$$

Allora (sostituendo L/R per C_c)

$$(L/R + Lw)(1 + r) = L/R + L$$

dividendo tutto per L

$$(1/R + w)(1 + r) = 1 + 1/R$$

$$r/R + w(1 + r) = 1$$

Assumendo salari posticipati

$$r/R + w = 1$$

⁽⁵¹⁾ D3/12/24/25-6; le parentesi quadre sono di Sraffa.

⁽⁵²⁾ Se $w = 0$, per cui $r = r_{\max} = R$.

⁽⁵³⁾ Se $r = 0$, per cui $w = 1$. Piuttosto che dal supporto che se il saggio del profitto è zero il saggio del salario è uguale ad 1, Sraffa sembra ricavare l'equazione [3] dall'eguaglianza

quindi

$$w = 1 - r/R$$

$$r = R(1 - w)$$

5.5.43⁽⁵⁴⁾

Questo mostra che, paradossalmente, Sraffa prima di concepire la Merce Tipo trovò la relazione lineare tra salario e saggio di profitto, la cui esistenza egli mostrerà all'interno del Sistema Tipo. La relazione lineare qui è valida per la stessa ragione per la quale essa è valida anche per una merce come il "grano" di Ricardo, cioè ogni volta che una merce sia prodotta solo con se stessa e lavoro, se misuriamo i salari nella stessa merce (assumendo che i salari siano pagati posticipatamente, "dal prodotto").

Tutto ciò comunque era ancora basato sulla "Ipotesi", ed era perciò di dubbia validità⁽⁵⁵⁾.

Un importante progresso mi sembra sia però compiuto alla fine di gennaio 1944: troviamo infatti un notevole documento⁽⁵⁶⁾, datato 27 gennaio 1944⁽⁵⁷⁾, di cui ho già pubblicato un ampio estratto⁽⁵⁸⁾. Sraffa stesso, rileggendolo negli anni Cinquanta durante lo stadio finale della preparazione del libro, lo segnalò come documento importante ed aggiunge che in esso «The Standard Commodity is first identified»⁽⁵⁹⁾.

Una delle prime osservazioni fatte da Sraffa in questo documento, è quella che in un certo senso a me sembra l'osservazione fondamentale, è la seguente:

za tra il lavoro incorporato nel prodotto netto ($C_c - C_c$) e il lavoro diretto impiegato nella produzione (L). E in effetti scrive l'equazione [3] nella forma $C_t - C_c = L$. A sinistra di essa aggiunge un punto interrogativo, ed a destra (forse in risposta a questo interrogativo) annota: "definition of C_t ". C_t è definito da Sraffa come la quantità fisica in totale prodotta della "general commodity C_t ", ma con appropriata scelta dell'unità di misura (definendo come unità fisica di ciascuna merce quella che incorpora l'unità di lavoro) C_t rappresenta anche la quantità di lavoro incorporato in questa quantità fisica C_t . La scelta di queste unità di misura implica che se $r = 0$, $w = 1$.

⁽⁵⁴⁾ D3/12/33/11-12. Per evitare confusioni, ho introdotto un piccolo cambio di notazione, uniformandola a quella usata da Sraffa nel documento D3/12/24/25-6 riportato sopra.

⁽⁵⁵⁾ Si veda ad esempio il documento D3/12/35/42, del 28 novembre 1943, dove mi sembra Sraffa si accorga o almeno abbia forti dubbi sul fatto che l'"ipotesi" valga.

⁽⁵⁶⁾ D3/12/36/61-84.

⁽⁵⁷⁾ Il 27 gennaio è il giorno in cui Sraffa inizia a scrivere questo documento; la sua elaborazione gli prenderà alcuni giorni (fino al 1 febbraio; v'è anche una nota aggiunta datata 11 febbraio).

⁽⁵⁸⁾ DE VIVO, *op. cit.*, pp. 291 segg.

⁽⁵⁹⁾ Copertina del fascicolo contenente i documenti D3/12/36.

The original Hypothesis (that the commods. on right & left are in a constant ratio) and the derived linear relation between r , w , and $\max r$ may not be two identical propositions as I have thought so far. The second (which is what really matters to me) may be true when the first is not. The first may be a sufficient but not necessary condition of the second.

Una volta realizzato questo per Sraffa il passo fu breve al vedere quali caratteristiche debba avere una merce per la quale valga la relazione lineare. Nello stesso documento in effetti arriva a vedere tre punti fondamentali: (1) una merce composta come la merce C delle equazioni ora richiamate, cioè prodotta con soltanto se stessa e lavoro, deve avere una riduzione a lavoro regolare (in ogni stadio della riduzione a lavoro la quantità di lavoro è eguale a $1/(1+R)$) la quantità impiegata nello stadio successivo); (2) che si può, cambiando le proporzioni in cui le singole merci sono prodotte (operazione che naturalmente lascia invariate le soluzioni del sistema) portare il prodotto ad avere una composizione tale che la sua riduzione a lavoro mostri questa regolarità; 3) che, come aveva già visto per il caso del grano di Ricardo, non più di una merce poteva trovarsi in quella posizione; se ce ne fossero più di una a salario zero non ci potrebbe essere uniformità del saggio di profitto: immaginiamo si producano 15 unità di grano con 10 unità di grano (e nell'altro oltre il lavoro), e 20 unità di ferro con 10 unità di ferro (e nell'altro oltre il lavoro). Se i salari fossero zero, il saggio di profitto nella produzione del grano sarebbe 50%, in quella del ferro 100%. Il "gioco" dei prezzi non potrebbe "aggiustare" le cose e portare il saggio di profitto nelle due produzioni all'uniformità (come invece può fare quando non c'è omogeneità fisica tra capitale e prodotto)⁽⁴⁰⁾. Come Sraffa scrive (sempre in questo documento):

A Standard System is one [we may say]⁽⁴¹⁾ in which all comms. occur in the same proportions on [left]h[and]s[ide]. and r[right].h[and].s[ide]. ... In such a system at $w=0$ there can be only *one* value for r ; ... How can we apply to such a system *another* value of R ...? No tampering with prices can possibly satisfy this — not even negative prices.

E in un documento di qualche settimana dopo (del 20 febbraio) Sraffa aggiunge:

⁽⁴⁰⁾ È per questo che l'esempio di Besicovitch discusso più avanti e riprodotto in appendice, dove si suppone che vi siano due sole merci, prodotte ciascuna solo con se stessa e lavoro, con salario anticipato consistente di entrambe, non ammette soluzione per $w=0$.

⁽⁴¹⁾ Queste parentesi quadre sono di Sraffa.

on the Standard System it is *visible* that only *one* value of R is possible, provided all prices are positive; this is independent of what prices may be, for each commodity occurs in the same proportions on the right & on the left — therefore even if each of the p s could have a number of different values, provided these were all positive, their changing could make no difference to the value of R , which would be unique. Since the Standard System is equivalent to the Actual System, or to any system into which it may be transformed [? By positive multipliers] the value of R must be unique also for all such systems⁽⁴²⁾.

Naturalmente questi passi avanti aprivano nuovi problemi. Un problema generale era, dopo aver visto questi punti, *dimostrarli*, ciò che per Sraffa equivaleva ad avere l'approvazione di Besicovitch. Un altro problema era quello di *trovare R*, cioè trovare un modo per determinare il suo valore. Nel febbraio 1944 (cioè un mese dopo la prima individuazione della Merce Tipo) Sraffa formula la via per arrivare a trovare R per successive approssimazioni (la stessa che troviamo nel § 37 di *PMMM*); Besicovitch la riformula nel settembre⁽⁴³⁾.

A questo punto si sviluppa un disaccordo tra Sraffa e Besicovitch, non sull'esistenza di soluzioni, ma sull'unicità, che poi in buona misura (ma non del tutto) coincideva con la questione dell'unicità di R .

Facendo un minimo passo indietro nel tempo, bisogna dire che nel settembre 1943 Besicovitch aveva costruito un esempio a mio avviso assai interessante (con due merci prodotte ciascuna solo con se stessa e lavoro, salario anticipato, e sovrappiù costituito di entrambe le merci; l'esempio è riprodotto in appendice) che dimostrava che, dando il salario in termini del prodotto netto, ogni livello di w (maggiore di zero e minore del livello per cui i salari assorbono tutto il prodotto netto) è compatibile con *due* valori per il saggio di profitto (uniforme), entrambi positivi. La dimostrazione era certo basata su ipotesi molto particolari (anche se estesa per continuità all'ipotesi che in ciascuna produzione si impiegassero entrambe le merci come mezzi di produzione, cioè che i due coefficienti G_F e F_G fossero contigui a 0 ma positivi), ma naturalmente doveva servire non come dimostrazione generale, ma solo a mo' di controesempio (cioè a mostrare un caso in cui il sistema aveva molteplicità di soluzioni⁽⁴⁴⁾). Questo esempio poteva sembrare sbarrare la strada all'idea di Sraffa che ci dovesse essere unicità di soluzioni, ma questa volta Sraffa non si fermò.

⁽⁴²⁾ *D3/12/36/13*; le parentesi quadre sono di Sraffa.

⁽⁴³⁾ *D3/12/39/42/3*.

⁽⁴⁴⁾ Naturalmente ora sappiamo che la molteplicità di soluzioni per il saggio di profitto è solo apparente: ad uno solo di questi saggi di profitto corrispondono prezzi non negativi.

Sraffa sembra liquidare l'esempio abbastanza frettolosamente, scrivendo che in esso non valeva l'«ipotesi» e che anche Besicovitch aveva ammesso che se l'«ipotesi» valeva la soluzione era unica. E qualche mese dopo, quando vede l'unicità della merce tipo, Sraffa non torna affatto indietro all'esempio di Besicovitch per risolvere la apparente contraddizione tra l'esempio e quello che lui aveva visto con chiarezza.

In effetti, già all'inizio del febbraio 1944 Sraffa aveva formulato una buona parte della dimostrazione che troviamo in *PM/MM* (al § 41) secondo la quale ci può essere una sola Merce Tipo a componenti tutte positive (cioè un solo R)⁽⁴⁵⁾. D'altra parte, Besicovitch ricavava dal suo esempio che non potesse esserci unicità in generale.

Possiamo notare che l'esempio di Besicovitch, che mostra molteplici soluzioni per r , naturalmente andava d'accordo con la sua dimostrazione di un anno prima sulle «compound commodities», e anzi Besicovitch credeva (erroneamente) che le due merci dell'esempio, prodotte solo con se stesse e lavoro, potessero essere anche due di quelle «compound commodities», entrambe costituite da solo quantità positive (come sappiamo adesso, non ce ne può essere più di una). In effetti Besicovitch ancora nel febbraio del 1944 sosteneva (Sraffa annota) che «there may be k roots of R , and several may be real, and even (E. & O.E.) several may involve only positive quantities in the corresponding Standard System»⁽⁴⁶⁾.

La disputa tra i due sull'unicità va avanti per quasi un anno: fino all'ottobre del 1944. In parte, si può notare, una certa incommunicabilità poteva essere giustificata, perché il caso di ciascuno non smentiva quello dell'altro: Sraffa aveva un punto forte per $w = 0$ (saggio di profitto massimo), che l'esempio di Besicovitch, valido solo per $w > 0$, non poteva negare. Besicovitch d'altra parte aveva la forza di un esempio contro il quale Sraffa non aveva nulla da dire, almeno da quanto sembra di potersi ricavare dalle carte⁽⁴⁷⁾, come s'è detto, l'argomento sul massimo saggio di profitto non si applicava all'esempio di Besicovitch.

Comunque Besicovitch nel maggio 1944 finisce con l'ammettere che c'è un solo R e cioè una sola Merce Tipo (con tutte componenti positive), e completa la dimostrazione parziale che Sraffa ne aveva dato

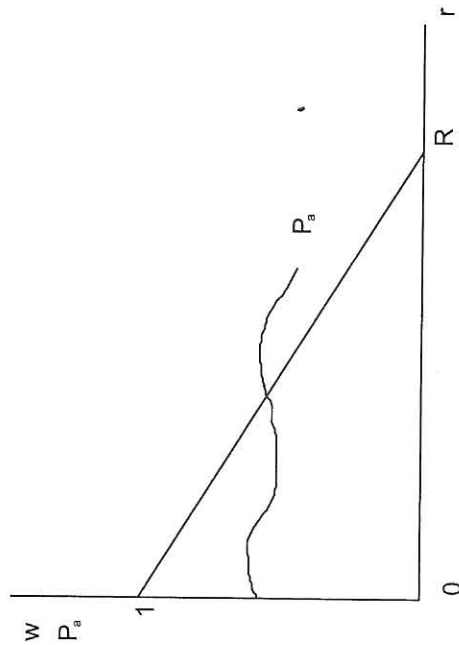
⁽⁴⁵⁾ D3/12/36/vi-vii, datato 23.2.44; una versione completa di mano di Besicovitch è del maggio successivo (D3/12/39/3, del 9.5.44).

⁽⁴⁶⁾ D3/12/36/42.

⁽⁴⁷⁾ Forse Sraffa inizialmente resiste (sbagliando) persino all'idea che ci possano essere k Merce Tipo (indipendentemente dalla non-negatività delle componenti); questo naturalmente era negato dalla dimostrazione di Besicovitch sulle «compound commodities».

nel febbraio. Non mi è chiaro quale sia stato l'argomento che lo convinse.

La storia però non finisce qui, perché anche quando accetta che ci può essere e c'è una sola Merce Tipo, cioè una sola merce prodotta soltanto con se stessa e lavoro, e quindi una sola soluzione per r e p dato il salario in termini di essa (per la linearità della relazione inversa tra w e r , se w si misura in Merce Tipo) Besicovitch sostiene che se si usa come dato il salario in termini di una qualsiasi altra merce ci sono k insiemi di soluzioni. Il punto di Besicovitch, che all'inizio Sraffa sembra accettare, in sostanza era che dando il salario in termini di una merce qualunque A (diversa dalla merce tipo) in quantità diciamo A_L , poiché p_a (prezzo di A in merce tipo) non è funzione lineare di r , ci potrebbero essere molteplici intersezioni della funzione $p_a A_L$ (valore del dato salario reale in termini di merce tipo) con la funzione $w(r)$ (salario in merce tipo): in ciascuno di questi punti il dato salario reale sarebbe uguale a un diverso salario in merce tipo, e quindi corrisponderebbe a un diverso livello del saggio del profitto⁽⁴⁸⁾: ci sarebbero molteplici soluzioni per l'equazione $A_L P_a(r) = w(r)$. Ma Sraffa si rende conto che la posizione di Besicovitch non regge: in una pagina datata 31 ottobre 1944, e intitolata in rosso «FINALMENTE», Sraffa fa il seguente grafico



⁽⁴⁸⁾ D3/12/40/17, del 14 ottobre 1944.

e nota che (sulla base della riduzione a lavoro della merce A) il suo prezzo è

$$P_a = L_0 w + L_1 w (1 + r) + L_2 w (1 + r)^2 \dots$$

aggiungendo:

Oggi, dopo dieci mesi di resistenza⁽⁴⁹⁾, Besicovitch [sic] ha finalmente ceduto, ammettendo che il sistema ha una soluzione unica nel caso che ogni processo dà un solo prodotto. L'argomento decisivo è stato che la curva del prezzo della merce A non può tagliare più di una volta la retta del salario; perché il prezzo non può mai cadere (in conseguenza di una caduta del salario) in porzione maggiore del salario; e ciò perché il prezzo può essere espresso in termini di una serie (v. sopra). Il caso in questione è quello in cui una Merce Standard è presa per unità dei prezzi e una merce arbitraria per unità del salario⁽⁵⁰⁾.

e al verso (in data 1 novembre 1944):

Bes. ammette che la conclusione rimane valida se, invece della Standard Commodity, si prende come unità di prezzi la merce A: poiché si tratta solo di un cambiamento di unità.

Questo argomento del "gradiente"⁽⁵¹⁾ sarà riscritto sotto dettatura di Besicovitch il giorno dopo ancora:

w and r vary always in the opposite direction. P_a being capable of being expressed in the form

$$P_a = L_1 w (1 + r) + L_2 w (1 + r)^2 + \dots$$

where L_2 are all non-negative, the gradient of P_a is always less than the gradient of w. And therefore the equation

$$A_L P_a = L w$$

cannot have more than one real root for r⁽⁵²⁾.

⁽⁴⁹⁾ Il fatto che Sraffa faccia partire dal gennaio 1944 la discussione con Besicovitch sull'unicità mi sembra confermare l'importanza da me attribuita agli sviluppi di quel mese, nel quale Sraffa elabora il documento D3/12/36/61-84 (del 27 gennaio) al quale ho fatto riferimento sopra come a un documento molto notevole.

⁽⁵⁰⁾ D3/12/40/28.

⁽⁵¹⁾ Mi sembra interessante notare che l'argomento del gradiente era stato usato da Sraffa già mesi prima, ma egli l'aveva probabilmente abbandonato (temporaneamente), annotando "very doubtful" a fianco ad esso (cf. D3/12/36/26/8b, del 16 febbraio 1944).

⁽⁵²⁾ D3/12/63/6.

Questo, sia pur messo in termini un po' meno chiari, è lo stesso argomento con cui si conclude (§ 49) la prima parte di *PMMM* — e con cui posso concludere anch'io. Vorrei solo aggiungere che Besicovitch continuerà ancora per qualche mese a dare il suo "invaluable mathematical help" (come Sraffa giustamente lo definirà nella prefazione all'edizione inglese del libro)⁽⁵³⁾ per completare ed estendere i risultati raggiunti, ma nel marzo del 1945 scrive un biglietto a Sraffa⁽⁵⁴⁾ che recita:

Dear Sraffa, you asked me recently to help you during the vacation in dealing with your problems. I am very sorry, but I shall definitely be unable to do that. I know that I shall be unable to do anything useful with your problems. In fact, it would be impossible for me to make myself think on these problems. I am very sorry indeed, but I think that under circumstances the best thing is to tell you all that Yours ASB

Dalle carte non mi pare si evinca alcun motivo per questa che sembra una vera e propria rottura. La collaborazione riprenderà poi anni più tardi, verso la fase finale della preparazione del libro.

APPENDICE

ESEMPIO FORMULATO DA BESICOVITCH (D3/12/35/38)

Sept. 43⁽⁵⁵⁾

(1) $(p_a + w)(1 + r) = (A + 1)p_a$ The whole of commodity A used in 1st eq.

(2) $(p_b + L_6 w)(1 + r) = (B + 1)p_b$ The whole of commodity B used in 2nd eq.
The whole of labour used in 1st eq. = 1
are taken for units

Equations of this kind come if for production of each commodity is wanted only this same commodity, or if the "compound commodities" are "positive".

⁽⁵³⁾ In una versione preliminare della prefazione, che raggiunse lo stadio di bozza, Sraffa ringraziava Besicovitch non solo per l'"invaluable mathematical help", ma anche per "encouragement and forbearance" (D3/12/112).

⁽⁵⁴⁾ D3/12/40/135.

⁽⁵⁵⁾ La datazione è di mano di Sraffa.

Add the equation

$$(3) \quad Ap_a + Bp_b = kw$$

add (1) + (2) and substitute from (3) ⁵⁶⁾

$$(p_a + p_b) r + (1 + r) (1 + L_b) w = kw$$

If we want p_a, p_b, r to be > 0 , we must have

$$(4) \quad k > 1 + L_b$$

(1), (2), (3) \rightarrow

$$\begin{array}{ccc|ccc} r-A & 0 & 1+r & & & \\ 0 & r-B & L_b(1+r) & & & = 0 \\ A & B & -B & & & \end{array}$$

by (4) the coeffs of $r^2, r, 1$, are $+, -, +$ \therefore the two roots are $+ve$, provided they are real. By continuity the result holds if in the 1st equation there is p_b with a small coefficient and in the 2nd equation p_a with a small coefficient.

⁵⁶⁾ Questo rigo è di mano di Sraffa.

DIARIO DEI LAVORI

Martedì 11 febbraio 2003

9.30 Saluto del Presidente dell'Accademia Nazionale dei Lincei, EDOARDO VENTURINI

SRAFFA E IL SUO MONDO
Presiede: SIRO LOMBARDINI

SERGIO STEVE: *Testimonianza di un amico*

AMARTYA SEN: *Piero Sraffa: a student's perspective*

Intervallo

GIORGIO LUNGHINI: *Sraffa e il contesto*

NERIO NALDI: *Piero Sraffa: emigrazione e attività scientifica fra gli anni Venti e gli anni Quaranta*

MARIA CRISTINA MARCUZZO: *Sraffa all'Università di Cambridge*

LO SVILUPPO DEL PENSIERO DI SRAFFA
Presiede: TERENCE COZZI

15.30 PIERANGELO GAREGNANI: *Di una svolta nella posizione teorica e nella interpretazione dei classici in Sraffa nei tardi anni 20*

ANNALISA ROSSELLI: *Sraffa e la tradizione marxista*

Intervallo

GIANCARLO DE VIVO: *Da Ricardo e Marx a "Produzione di merci a mezzo di merci"*

Discussione generale