

MATHPIE2026 :
Argumentation and
Proof in the Teaching
and Learning of
Mathematics and
Interactions with
Other Disciplines

22-25 Jun 2026 Milan (Italy)



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO
DIPARTIMENTO DI MATEMATICA
"FEDERIGO ENRIQUES"



MATHPIE2026
Argumentation and Proof in the Teaching and Learning of
Mathematics and Interactions with Other Disciplines
June 22–25, 2026 – University of Milan, Italy

An ERME Topic Conference (ETC24)

PRE-PROCEEDINGS

Edited by Moutsios-Rentzos, A., Buchbinder, O., Branchetti, L., Durand-Guerrier, V.

<https://mathpie2026.sciencesconf.org>

Committees

Organising Committee (OC)

Andreas Moutsios-Rentzos, chair of the IPC
Orly Buchbinder (USA), co-chair of the IPC
Laura Branchetti (Italy), chair of the LOC
Nadia Azrou (Algeria)
Fiene Bredow (Germany)
Dimitrios Deslis (Greece)
Viviane Durand-Guerrier (France), OC Coordinator
Simon Modeste (France)
David Reid (Norway)

International Programme Committee (IPC)

Andreas Moutsios-Rentzos (Greece; IPC chair)
Orly Buchbinder (USA; IPC co-chair)
Laura Branchetti (Italy; LOC chair)
Nadia Azrou (Algeria)
Fiene Bredow (Germany; Young Researcher)
Paola Cantù (France)
Dimitrios Deslis (Greece; Young Researcher)
Viviane Durand-Guerrier (France)
Christine Knipping (Germany)
Luca Lamanna (Italy; ERME Board Representative, Young Researcher)
Takeshi Miyakawa (Japan)
Simon Modeste (France)
David Reid (Norway)

Local Organising Committee (LOC)

Laura Branchetti (Univ. of Milan; LOC Chair)
Luca Lamanna (Univ. of Milan)
Miglena Asenova (Univ. of Milan)
Sandra Mantovani (Univ. of Milan)
Sara Gagliani Caputo (Univ. of Milan)
Ottavio Giulio Rizzo (Univ. of Milan)
Violetta Lonati (Univ. of Milan)

La tombola Infernale: informal mathematical contexts to facilitate interdisciplinarity and argumentation

Giancarlo Artiano¹, Eliana della Ventura², Paola Lattaro¹, Maria Mellone¹, Tiziana Pacelli¹

¹Università degli Studi di Napoli Federico II, Italy

²Liceo Scientifico Enrico Fermi di Aversa, Italy

The Covid-19 pandemic emergency has exacerbated educational inequalities and stimulated the search for new teaching practices aimed at fostering inclusion and meaningful learning. Within this context, the project “La tombola Infernale” was conceived as an experiment grounded in the paradigm of Informal Mathematics Education (IME) and the Design-Based Research (DBR) methodological framework. Developed with students from Neapolitan secondary schools, the project integrates mathematical and literary knowledge through the creation of an original game inspired by Dante’s Inferno. The activity aims to reduce the gap between educational theory and classroom practice by promoting participatory, interdisciplinary learning. The proposed workshop invites participants to reconstruct the mathematical criterion underlying the association of numbers and characters within the game, analysing the roles of various mathematical proof functions as identified by de Villiers (1990)—from explanation to discovery and communication.

Keywords: Informal mathematics education, Interdisciplinarity, proof’s function

1. Introduzione

L'emergenza pandemica del Covid-19 ha messo in crisi i sistemi scolastici di tutto il mondo e ha contribuito ad incrementare la disparità, in termini di inclusione, partecipazione e apprendimento significativo, tra studenti provenienti da contesti socio-economici diversi (Bakker, Cai & Zenger, 2021). La didattica a distanza, che ha caratterizzato le dinamiche educative di questo recente periodo storico, ha imposto una relazione mediata via schermo, accentuando problematiche di contesto come la carenza di accesso a internet e a risorse di dispositivi informatici. In Italia, lo scenario in termini di tempo di didattica a distanza è stato disomogeneo e in alcune regioni, tra cui la Campania, si è preferito prolungare la didattica online per oltre un anno. Proprio il peggioramento di queste disuguaglianze ha fatto nascere nuove sperimentazioni, a cui ci si riferisce ancora oggi per mettere in atto pratiche educative volte a migliorare la qualità delle relazioni dentro e fuori la scuola. È questo lo scenario che ha costituito il contesto di riferimento entro cui è stato concepito e sviluppato il progetto La tombola Infernale. Si tratta di una sperimentazione didattica che si inquadra nell'ambito dell'Informal Mathematics Education (IME), secondo l'impostazione teorica proposta da Nemirovsky, Kelton & Civil (2017). Il progetto, in linea con i principi fondamentali di questo filone di ricerca, si caratterizza per un approccio fortemente interdisciplinare, volto a integrare saperi e contenuti provenienti in particolare dalla letteratura dantesca. L'obiettivo ultimo dell'esperienza della tombola è favorire un ponte tra pratiche educative formali e informali instaurando un vero e proprio mutualismo capace di avviare processi di ricerca partecipata finalizzati al miglioramento della qualità dell'insegnamento e dell'apprendimento della matematica (Casi & Sabena, 2024; Eshach, 2007).

Il workshop intende coinvolgere i partecipanti in un'attività che permetterà loro di ricostruire il criterio matematico con cui nella tombola Infernale i 90 personaggi dell'Inferno sono associati ai 90 numeri del gioco. Attraverso un approccio interdisciplinare e osservativo, si riguarderanno i processi messi in atto durante l'attività sotto la lente delle funzioni dimostrative di de Villiers (1990).

Il presente contributo si inserisce pienamente nel tema di MathPie 2026, esplorando il ruolo dell'argomentazione e della dimostrazione in un contesto interdisciplinare. La tombola Infernale offre un caso emblematico di come un approccio informale, fondato sull'interazione tra matematica e letteratura, possa promuovere pratiche autentiche di argomentazione, in cui la discovery function della dimostrazione (de Villiers, 1990) emerge non come obiettivo didattico esplicito, ma come risposta naturale a un bisogno di senso generato dall'interdisciplinarietà stessa.

2. La tombola Infernale

La tombola Infernale è un percorso educativo interdisciplinare ideato da un'associazione del terzo settore in collaborazione con il Dipartimento di Matematica e Applicazioni "R. Caccioppoli" e il Dipartimento di Studi Umanistici dell'Università degli Studi di Napoli Federico II. Hanno preso parte a tale percorso educativo inizialmente 15 studentesse e studenti, dal terzo anno della scuola secondaria di primo grado al primo biennio della scuola secondaria di secondo grado di diversi indirizzi di istituti napoletani. L'obiettivo, inteso come prodotto da realizzare durante il primo ciclo di Design-Based Research (DBR) (Bakker, 2018; Cobb et al., 2003), era far creare agli studenti una tombola tematica sull'Inferno di Dante, trasformandola in uno strumento innovativo di insegnamento e apprendimento della matematica e non solo.

Il progetto è ispirato all'Inferno dantesco. La Divina Commedia, ricca di riferimenti scientifici e matematici (numerologia, geometria, probabilità, logica), è stata scelta come uno dei punti di partenza per consentire agli studenti di esplorare concetti matematici e di altre discipline, attraverso la costruzione materiale e la rivisitazione di un gioco popolare come la tombola. Per quanto riguarda i contenuti matematici da far scoprire agli studenti, alcuni aspetti sono stati definiti all'inizio del percorso dai ricercatori e dagli insegnanti di matematica dell'associazione. Successivamente, dopo l'implementazione delle prime attività, sono stati strutturati gradualmente altri dettagli, anche attingendo dai suggerimenti degli studenti stessi. In generale, le varie attività sperimentate durante il percorso erano interconnesse, ed il design di ognuna di loro si è basato su quanto emergeva in quelle precedenti. Si è partiti dalla progettazione delle cartelle della tombola, attività che ha portato, poi, gli studenti a porre naturalmente domande risolte attraverso il calcolo combinatorio. Dopo ciò è stato necessario costruire il tabellone e scegliere un criterio per associare i 90 numeri della tombola ad altrettanti personaggi dell'Inferno. Un momento particolarmente significativo si è verificato proprio durante la scoperta del criterio di associazione tra numeri e personaggi (criterio che sarà oggetto dell'attività del workshop). Gli studenti hanno scoperto che il numero associato a ciascun personaggio consente di conoscere il canto dell'Inferno in cui compare o viene citato per la prima volta. Poiché più personaggi possono apparire nello stesso canto, il criterio segue una struttura ciclica basata sulla congruenza modulo 34, corrispondente ai 34 canti della prima cantica. Per esempio Dante è associato all'1, Virgilio al 35 e le Tre fiere al 69, poiché 35 e 69 sono congrui a 1 modulo 34. Questo percorso, che collega il testo dantesco all'aritmetica modulare, costituisce un esempio di come il contesto interdisciplinare possa fungere da catalizzatore per la discovery function (de Villiers, 1990), in cui la scoperta precede e motiva la formalizzazione.

A partire dalla scelta delle 90 figure infernali, poi, è stata realizzata dagli studenti e dalle studentesse, per ognuna di esse, una speciale scheda personaggio, avente su una faccia la sua descrizione e sull'altra una sua rappresentazione grafica, una terzina dell'Inferno, e alcune curiosità aritmetiche sul numero associato (fig. 1). Infine, è stato progettato lo speciale contenitore dei numeri a forma di un tronco rovesciato, proprio come l'Inferno dantesco (fig. 2), e sono state inventate le regole del gioco per questa particolare declinazione dantesca della tombola.

3. Quadro teorico

Il progetto della tombola Infernale è stato sviluppato seguendo il quadro metodologico del Design-Based Research (DBR) (Bakker, 2018; Cobb et al., 2003). Il DBR comprende una serie di approcci contraddistinti dallo studio di sperimentazioni a lungo termine e dall'attivazione di processi continui e longitudinali di intervento e riflessione da parte dei ricercatori e dei docenti coinvolti. Tali percorsi di ricerca si articolano in fasi cicliche che alternano la progettazione, l'implementazione e l'analisi delle azioni di ricerca (Bakker, 2018). Tra gli obiettivi dell'intero progetto rientra il tentativo di ridurre il divario esistente tra la pratica didattica e gli studi teorici nell'ambito dell'insegnamento della matematica, con particolare attenzione all'avvicinamento delle pratiche didattiche formali alle ricerche relative alla didattica della matematica in contesti informali (Casi & Sabena, 2024). Lo sfondo teorico del DBR associato a questo percorso è quello dell'IME (Nemirovsky et al., 2017).

Questo contributo presenta un'attività attraverso cui indagare la relazione tra l'IME e uno specifico ambito dell'apprendimento matematico, l'attività argomentativa e dimostrativa attraverso le funzioni di de Villiers (1990). Questa impostazione introduce alla seguente domanda di ricerca, che si intende esplorare nel workshop: *in che modo un progetto di didattica della matematica informale, come La tombola Infernale, può favorire la funzione di scoperta della dimostrazione, così come descritta da de Villiers (1990), quando gli studenti si confrontano con concetti matematici non familiari in un contesto interdisciplinare?*

3.1 Sfondo teorico del DBR: L'educazione matematica informale

Il percorso educativo descritto si colloca nell'ambito dell'Informal Mathematics Education (IME) (Nemirovsky, Kelton, & Civil, 2017), un approccio che mira a promuovere l'apprendimento matematico in contesti non tradizionali. L'IME trova le sue radici nella Street Mathematics Education, (Nunes, Schliemann e Carraher, 1993), che ha evidenziato come pratiche matematiche sviluppate in contesti quotidiani possano differire significativamente da quelle scolastiche, aprendo la strada a nuove prospettive educative.

L'obiettivo dell'IME è favorire la costruzione di conoscenze attraverso attività di problem solving, interazioni collaborative e confronti collettivi, riducendo lo stress emotivo tipico delle pratiche scolastiche. In tali contesti, la partecipazione è volontaria e orientata agli interessi individuali, consentendo agli studenti di influenzare lo sviluppo delle attività stesse.

Le esperienze di IME si caratterizzano per alcune peculiarità: l'assenza di valutazioni tradizionali, sostituite da forme di documentazione a fini progettuali e di miglioramento didattico; la fluidità dei confini disciplinari, con frequenti connessioni tra matematica, arte, letteratura, scienze e tecnologia; e l'adozione di spazi di apprendimento alternativi alle aule scolastiche, come teatri, dipartimenti universitari e luoghi di interesse storico e culturale. Tali ambienti favoriscono un coinvolgimento creativo e motivante, anche per studenti con difficoltà, attraverso attività dinamiche che stimolano competenze comunicative, processi argomentativi e dimensioni interdisciplinari.

Il progetto La tombola Infernale si inserisce in questa prospettiva, sfruttando il potenziale dei contesti informali per diffondere visioni alternative della matematica e promuovere atteggiamenti positivi verso le discipline coinvolte, in particolare matematica e italiano. Inoltre, questo quadro di riferimento è stato adottato dagli autori del presente contributo e altri gruppi di ricerca in Italia in diversi progetti finalizzati al contrasto della povertà educativa (cfr. ad esempio Carotenuto et al., 2024, Casi e Sabena, 2024), con l'intento di rendere l'apprendimento più significativo e inclusivo, raggiungendo anche studenti a rischio di abbandono scolastico mediante esperienze creative e partecipative che valorizzano curiosità e autonomia.

In accordo con una delle caratteristiche dell'IME—la fluidità dei confini disciplinari—il costrutto teorico del Boundary Object (Star & Griesemer, 1989) ha supportato la scelta di un oggetto

culturale che servisse da ponte tra le due discipline matematica e letteratura: la cantica dell'Inferno della Divina Commedia.

3.2 Il dominio specifico: la dimostrazione

Secondo de Villiers (1990), in ambito educativo - sia scolastico sia universitario - la dimostrazione non dovrebbe essere ridotta alla sola funzione di verifica. È opportuno valorizzarne le diverse funzioni, contribuendo a sviluppare negli studenti non soltanto la consapevolezza della “validazione” della verità di un teorema, ma anche una visione della matematica come sistema coerente, in cui concetti, idee e relazioni si integrano in modo significativo. In particolare le funzioni individuate sono:

- *Verificazione/validazione (verification)*: la dimostrazione consente di accertare in modo rigoroso la verità di un'affermazione matematica.
- *Spiegazione (explanation)*: oltre a confermare che un enunciato è vero, la dimostrazione chiarisce perché lo è, promuovendo una comprensione profonda dei fenomeni matematici.
- *Sistematizzazione (systematization)*: la dimostrazione contribuisce a organizzare conoscenze e risultati all'interno di un sistema deduttivo coerente, mettendo in relazione teoremi, definizioni e proprietà.
- *Scoperta/invenzione (discovery/invention)*: il processo dimostrativo può condurre all'individuazione di nuove proprietà, generalizzazioni o risultati inattesi, svolgendo una funzione euristica.
- *Comunicazione (communication)*: la dimostrazione rappresenta uno strumento di trasmissione e condivisione del sapere matematico, fungendo da linguaggio comune all'interno della comunità disciplinare.

In conclusione, de Villiers propone una visione e un trattamento più completi della funzione e del ruolo della dimostrazione rispetto a quelli tradizionali, sulla base delle seguenti premesse: 1) l'insegnamento della matematica deve riflettere la natura della matematica; 2) gli studenti hanno fondamentalmente lo stesso bisogno di attività significative dei matematici.

In matematica, la funzione di sistematizzazione della dimostrazione emerge solo in una fase molto avanzata, e dovrebbe, quindi, essere soppesata bene dall'insegnante in base al contesto in cui insegna. In attività introduttive, secondo de Villiers bisognerebbe valorizzare maggiormente le funzioni di spiegazione, scoperta e comunicazione della dimostrazione, negoziando con gli studenti i criteri per prove, spiegazioni e/o argomentazioni accettabili. Un tale lavoro permetterebbe agli studenti di guardare alla dimostrazione come un'attività significativa che può costituire una fonte di soddisfazione personale e di stimolo intellettuale per chi la pratica riconoscendo nella dimostrazione anche un forte valore estetico: l'eleganza, l'economia di mezzi e l'armonia interna come qualità che spesso portano i matematici a descrivere alcune dimostrazioni come “belle”.

4. Struttura Workshop

Nell'ambito del workshop verrà proposta la stessa attività svolta dalle studentesse e dagli studenti che hanno partecipato al primo ciclo del progetto La tombola Infernale, che ha portato alla realizzazione del gioco. Il workshop si articola in tre fasi per un tempo di circa 90 minuti totali.

Nella prima fase, i partecipanti riceveranno una breve introduzione del progetto La tombola Infernale e del relativo quadro teorico di riferimento. (IME, DBR e funzioni della dimostrazione secondo de Villiers, 1990).

Nella seconda fase, divisi in piccoli gruppi, sarà dato loro il foglio con l'associazione tra numeri e personaggi e *il Lettore dei canti*, un artefatto formato da tre cerchi concentrici di raggio diverso, il più grande con i numeri e i personaggi da 1 a 34, quello intermedio con i numeri e i personaggi da 35 a 68, e quello più piccolo con i numeri e i personaggi da 69 a 90. Sarà inoltre messa a disposizione dell'intero gruppo una copia del testo dell'*Inferno*. Ai partecipanti verrà chiesto di: i) scoprire quale informazione sul personaggio è “nascosta” nel numero ad esso associato; ii) ricostruire il criterio matematico alla base dell'associazione. Il criterio è connesso all'organizzazione dei canti dell'*Inferno* dantesco e la sua scoperta richiede un ragionamento interdisciplinare che intreccia testo letterario e pensiero matematico, attivando in modo naturale la discovery function della dimostrazione (de Villiers, 1990).

Nella terza fase, di discussione collettiva, i gruppi si confronteranno su i ragionamenti e le strategie adottate. Le riflessioni saranno raccolte e raffrontate con alcuni protocolli degli studenti che hanno partecipato al progetto. Attraverso un'analisi comparativa, si ricercheranno le funzioni di de Villiers (1990) in entrambi i processi argomentativi. A partire da questa comparazione, si esploreranno gli aspetti invarianti e non della funzione dimostrativa e di quanto il contesto informale e interdisciplinare abbia facilitato l'attivazione di pratiche autentiche di argomentazione e dimostrazione.

Bibliografia

Bakker, A. (2018). *Design Research in Education: A practical Guide for Early Career Researchers* (1st ed.). Routledge.

Bakker, A., Cai, J. & Zenger, L. (2021). Future themes of mathematics education research: an international survey before and during the pandemic. *Educational Studies in Mathematics*, 107, 1–24.

Carotenuto, G., Lo Sapio, R. M., Mellone, M., Ambrosio, A., & Moisis, L. (2024). Un viaggio nel tempo. Storia, spunti e riflessioni didattiche da un progetto di educazione informale. *Didattica Della Matematica. Dalla Ricerca Alle Pratiche d'aula*, 16, 116–146. <https://doi.org/10.33683/ddm.24.16.5>.

Casi, R., & Sabena, C. (2024). Mathematics in art and history museums. An informal mathematics education case for in-service teachers' training. *Education Sciences*, 14, 489.

Cobb, P., Confrey, J., DiSessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational researcher*, 32(1), 9–13.

de Villiers, M. (1990). The role and function of proof on mathematics. *Pythagoras*, 24, 17–24.

Eshach, H. (2007). Bridging In-school and Out-of-school Learning: Formal, Non-Formal, and Informal Education. *Journal of Science Education and Technology*, 16, 171–190.

Nemirovsky, R., Kelton, M. L., & Civil, M. (2017). Towards a vibrant and socially significant informal mathematics education. In J. Cai (Ed.), *Compendium for Research in Mathematics Education*, (pp. 968–980). National Council of Teachers of Mathematics.

Nunes, T., Schliemann, A. D., & Carraher, D. W. (1993). *Street Mathematics and School Mathematics*. Cambridge University Press.

Star, S. L., & Griesemer, J. R. (1989). Institutional ecology, “translations” and boundary objects: Amateurs and professionals in Berkeley's Museum of Vertebrate Zoology, 1907–39. *Social Studies of Science*, 19(3), 387–420.